THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

Aide à l'Enseignement de la Dérivation

Brunet, Félix

Award date:
1990

Awarding institution:
Universite de Namur

FACULTES
UNIVERSITAIRES
N.D. DE LA PAIX
NAMUR

INSTITUT D'INFORMATIQUE

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix
Institut d'Informatique
Année Académique 1989-1990

Aide à l'Enseignement de la Dérivation

Félix Brunet

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Licencié et Maître en Informatique

Avant-propos

Je tiens avant toute chose, à adresser mes remerciements à toutes les personnes, qu'il s'agisse de mes amis ou des membres de ma famille, qui m'ont aidé ou soutenu tout au long de la réalisation de ce travail.

En particulier, je remercie Le professeur C. Cherton pour sa patience, sa disponibilité et ses conseils qui m'ont été d'un grand secours.

TABLE DES MATIERES

Introduction

Ce mémoire a pour but d'étudier la manière dont un ordinateur pourrait aider à l'enseignement de la dérivation.

Il s'inscrit dans le cadre de recherches visant l'objectif de fournir des didacticiels de haute qualité pédagogique.

Ces recherches ont comme double préoccupation d'étudier, d'une part, des systèmes où la machine aurait elle-même la "connaissance" nécessaire pour résoudre les problèmes posés à l'élève, aider celui-ci à trouver une démarche de résolution, corriger ses erreurs en fournissant les explications nécessaires, et d'autre part, de tendre vers la réalisation d'un système très modulaire permettant à des enseignants non-informaticiens de construire aisément leurs propres didacticiels.

Notre recherche a été axée principalement vers la découverte de concepts propres à l'enseignement de la dérivation en particulier, et à des matières consistant en une démarche de résolution d'exercices par application de règles.

Constamment, au cours de cette recherche difficile où nous avons dû nous appuyer surtout sur notre intuition, notre expérience d'apprenant ou d'enseignant, notre préoccupation a été d'essayer d'arriver à une certaine formalisation de ces concepts, afin qu'ils soient susceptibles d'être gérés et calculés de façon informatisée.

Ce travail est divisé en sept parties.

Dans un premier chapitre, nous présenterons l'approche particulière dans laquelle s'inscrit notre étude, en définissant certains objectifs à long terme auxquels nous avons espéré contribuer et qui sont principalement d'arriver à mettre à la disposition de professeurs des didacticiels ayant la connaissance de la matière enseignée et qu'ils pourraient modifier ou construire grâce à l'utilisation d'un langage de description de stratégies pédagogiques.

Le deuxième chapitre analyse rapidement le type d'interaction pouvant se produire dans une leçon donnée par ordinateur, en imaginant et en classant certains éléments.

Pour arriver à un moment à concrétiser les éléments sur lesquels de telles descriptions vont devoir se baser, il fallait d'abord débroussailler les nombreux concepts et comportements spécifiques qui sont souvent en grande partie inconscients chez les enseignants.

Dans ce but, nous avons analysé, dans un troisième chapitre précisant l'objectif du système faisant l'objet de notre étude, le type de matière qui consiste en une démarche basée sur l'application de règles, en prenant comme point de départ la matière qui consiste en la dérivation d'expressions symboliques et en tâchant de proposer des manières de gérer par des systèmes informatiques, les différents aspects que nous avons pu dégager.

Les quatrième, cinquième, et sixième étudient de manière approfondie des aspects qu'il était nécessaire de mettre en lumière afin de pouvoir imaginer le type de traitement qu'un ordinateur devrait pouvoir prendre en charge.

Pour rendre possibles ces traitements, il a fallu dégager des concepts parfois complexes, les expliciter et arriver à une certaine formalisation de ceux-ci.

Ce travail a porté sur différents aspects dont les plus importants sont la formalisation du niveau de difficulté d'une tâche et l'estimation de la connaissance de l'élève, de sa capacité à surmonter les difficultés représentées par une démarche de résolution d'exercices.

En effet, ce n'est que dans la mesure où des procédures de recherche des informations nécessaires et de calcul de certaines grandeurs permettant de modéliser ces concepts qu'ils pourraient être gérés par un ordinateur et utilisés dans une description destinée à piloter des dialogues reposant sur des attitudes pédagogiques.

Enfin dans le septième, nous avons tenté de concrétiser une partie de ces nombreux éléments dans un langage permettant d'introduire ces comportements dans le système, en traçant les caractéristiques que devrait avoir un tel langage et en imaginant un certain nombre d'éléments et d'outils qui pourraient être fournis et gérés par ce langage dont l'analyse mène à des problèmes fort complexes. Nous avons néanmoins proposé une forme procédurale assez classique pour ce langage, permettant de décrire un certain nombre de comportements.

CHAPITRE 1 : ARGUMENTATION DE L'APPROCHE ENVISAGEE

1.1. Introduction à la problématique générale

1.1.1. Notion de didacticiel

Un didacticiel est un logiciel conçu spécifiquement à des fins pédagogiques, qui peut combiner de diverses façons les différents objectifs pédagogiques suivants : l'acquisition de connaissances, l'acquisition de pratiques et de savoir-faire, l'entretien de connaissances, la sensibilisation à des problèmes, l'acquisition de raisonnement..., et qui peut utiliser en les combinant les différentes méthodes pédagogiques dont on peut citer les plus connues : l'exposé, l'interrogation, la découverte guidée ou expérimentale, la résolution guidée de problèmes, la simulation de cas, les jeux, jeux de rôle...

En se basant sur l'état actuel des réalisations, on peut mettre en évidence deux types de didacticiels qui sont à la fois les plus courants et les plus proches du système qui fait l'objet de notre étude.

1.1.2. Types de didacticiels

Tout d'abord, mentionnons les logiciels d'entraînement dont l'objectif est l'apprentissage d'un savoir-faire précis : lecture rapide, dactylographie, décisions professionnelles...Ils simulent une formation par exercices gradués avec répétition et mesure de la performance, présentent les exercices, gèrent les résultats, évaluent la progression et gèrent en fonction de cela les étapes de l'apprentissage de l'élève et lui donnent des conseils appropriés. Le système que nous envisageons aura des caractéristiques semblables, mais le type de savoir faire, pour lequel il pourra fournir une aide, est fondamentalement différent de celui traité par ce genre de logiciel, puisqu'il s'agira de connaissances plus structurées, faisant appel à l'application de règles dans le cadre d'une démarche bien précise.

Ensuite, il y a les logiciels qui peuvent être rassemblés sous la dénomination de " livres sur ordinateur", et qui combinent généralement deux types de composantes : d'une part, les "tourne-pages", et d'autre part, les QCM et tests divers.

Les cours des "tourne-pages" sont des pages de livres mis sur support informatique. Ces didacticiels utilisent fondamentalement la méthode de l'exposé en permettant à l'élève de faire apparaître des écrans qu'il doit lire comme les pages d'un livre.

Les questionnaires et tests servent plus souvent à la vérification des connaissances qu'à l'apprentissage proprement dit, mais si les questions sont combinées avec de bons commentaires et explications, ils peuvent constituer des logiciels d'acquisition de connaissances.

Dans ces logiciels, chaque page ou suite de pages peut être accompagnée de questionnaires destinés à faire réfléchir, attirer l'attention sur certains éléments ou tenter de vérifier la compréhension. Enfin, en fonction des réponses faites aux questionnaires successifs de vérification de compréhension, l'élève poursuit la lecture-apprentissage par des chemins différents.

Ce genre de système a des caractéristiques similaires à celles des livres d'enseignement programmé, pour lesquels, en se servant d'un support statique, on a introduit une certaine interraction, une possibilité pour l'utilisateur d'influencer la façon dont les choses vont se passer. La stratégie d'enseignement qui est programmée peut prévoir qu'en fonction d'événements survenant et d'informations captées au cours de la leçon, c'est à dire en fonction de l'idée que l'enseignant se fait de la compétence de l'élève à travers les réponses qu'il donne, de la difficulté que représentent les exercices proposés au stade d'apprentissage de l'élève, de son degré de connaissance de la matière enseignée, de son niveau de force représenté par un score, les chemins que l'élève suivra peuvent être modifiés.

L'ordinateur permet d'opérer les mêmes traitements en évitant à l'élève de devoir lui-même tourner les pages et surtout de devoir interpréter lui-même à quelle réponse prévue dans le didacticiel sa propre réponse correspond le mieux. Il se révèle donc comme un support plus performant que le livre.

En lui attribuant le rôle de support de l'enseignement, nous définissons l'ordinateur comme un intermédiaire dans la relation professeur-élève et non comme un enseignant autonome, ce qui implique que le professeur puisse dicter au système ce qu'il doit faire et comment.

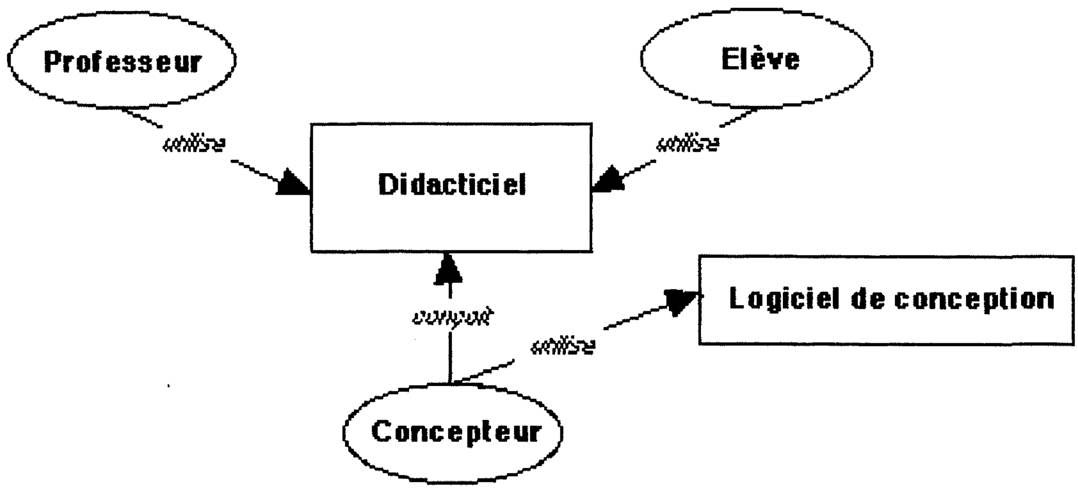
1.2. Intervention du professeur dans la définition du didacticiel

Le degré de liberté que les didacticiels habituels offrent au professeur dans la modification de leur comportement peut être plus ou moins étendu. On peut définir trois niveaux de profondeur à laquelle l'utilisateur d'un didacticiel peut avoir accès dans la modification du système qui lui est proposé.

A un premier niveau, le professeur peut introduire ses propres exercices dans le didacticiel, et décrire les possibilités de réponses auxquelles le système doit s'attendre afin de lui indiquer quel comportement adopter dans chacun des cas.

A un deuxième niveau, il peut avoir accès à un certain nombre de paramètres à l'aide desquels il va modifier le comportement du didacticiel. Ce type de paramètre porte, par exemple, sur le nombre de fois que le système doit reposer une question à laquelle l'élève donne une réponse erronée, avant de lui donner la bonne réponse, mais n'introduit pas de modification fondamentale dans le comportement du système.

Schéma 1. 1. Rapports entre concepteur et utilisateur d'un didacticiel : conception externe



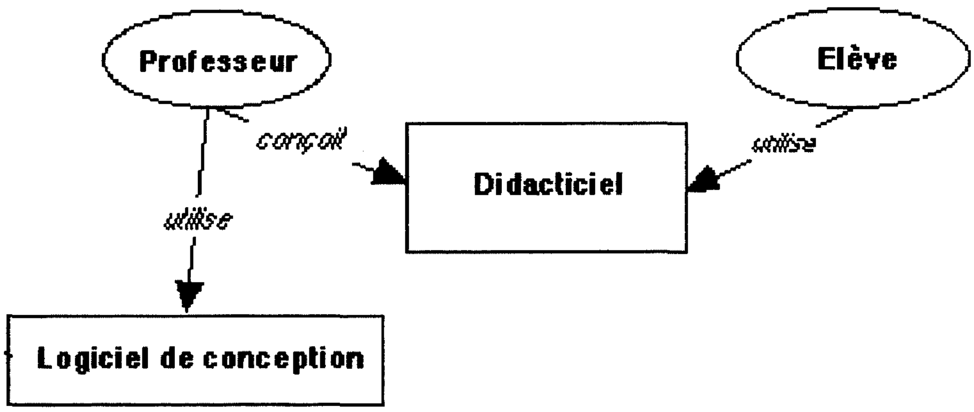
Les rapports que le professeur entretiendra avec un tel système seront plutôt ceux de utilisateur d'un système réalisé par un concepteur externe, comme l'illustre le schéma 1.

Dans notre système, c'est jusqu'à un troisième niveau, beaucoup plus profond, que le comportement du didacticiel devrait pouvoir être piloté par le professeur qui doit pouvoir définir ou modifier les stratégies d'enseignement, les attitudes pédagogiques que le système devra adopter, c'est à dire pouvoir en quelque sorte lui expliquer comment la leçon devra être gérée.

1.2.1 L'approche des systèmes et langages auteurs

Pour permettre au professeur de créer lui-même le didacticiel, des outils de conception existent, tels que les systèmes et langages auteurs qui sont des sortes de langages de programmation dont les commandes ont été spécialement conçues pour les applications d'enseignement. Ils permettent de réaliser et de manipuler facilement des pages-écrans et des graphiques. Grâce à ces systèmes, il est aussi possible de décrire des successions d'écrans et des questionnaires. La description de ces enchaînements conditionnés aux types de réponses données aux questionnaires constituera la description de la stratégie d'enseignement qui sera adoptée par le système dans une leçon avec l'élève.

Schéma 1.2. Le professeur à la fois concepteur et utilisateur d'un didacticiel



Le schéma 2 montre comment, dans cette nouvelle relation entre le professeur et le système, le professeur peut concevoir un nouveau didacticiel grâce au logiciel de conception mis à sa disposition. On pourrait aussi imaginer qu'il modifie un didacticiel existant.

Les didacticiels conçus de cette manière vont donc pouvoir guider la façon dont l'élève va lire les différentes pages d'écran constituant la leçon, mais pour ce faire, l'auteur du didacticiel devra avoir prévu explicitement ce qu'il faut faire à chaque endroit où les réponses que l'élève devra donner aux questionnaires devront aiguiller la lecture. Toutes les interprétations possibles de ces réponses doivent avoir été prévues en correspondance avec les chemins vers lesquels l'élève sera orienté.

Ceci nous fait percevoir les deux grands problèmes attachés à la description de didacticiels créés au moyen de tels logiciels de conception.

1.2.2. Problèmes liés à la description de didacticiels au moyen d'un système auteur

En premier lieu, comme le système n'a pas la connaissance de la matière enseignée, il n'a pas non plus la capacité d'interpréter la signification des réponses données et l'auteur doit imaginer, pour chacun des aiguillages, les réponses possibles aux questions et tests qui servent à orienter l'élève vers la lecture de certaines pages.

On peut traiter ce problème de plusieurs façons : par des questionnaires à trous ou des QCM ce qui introduit un biais puisque les réponses proposées donnent des indications à l'élève, ou en proposant à l'élève une série de réponses parmi lesquelles il doit choisir celle à laquelle sa propre réponse correspondrait le mieux, ce qui introduit un biais encore plus grand par le fait que l'élève est responsable de l'interprétation des réponses.

Dans ce cas, les réponses possibles qu'il faut prévoir peuvent être très nombreuses, ce qui implique qu'on n'arrive généralement à couvrir qu'un nombre de cas fort limité et qu'on doive compléter l'ensemble de réponses proposées par l'item "autres réponses".

Certains systèmes offrent une certaine interprétation des réponses de l'élève. Ils permettent de demander à l'élève des réponses libres qui seront examinées par le système par détection de l'absence ou la présence de certains mots-clés devant figurer dans une bonne réponse type. Mais cette interprétation est très superficielle et elle n'accède nullement à un niveau plus sémantique. On peut même dire que dans ce cas, comme il faut indiquer au système quels sont les mots qui doivent être contenus dans une réponse acceptable, on doit aussi prévoir toutes les réponses et on en revient en fait, au niveau de la définition du didacticiel, à un système de QCM qui ne montre pas de choix de réponses.

Le fait qu'on ne dispose que du choix entre une interprétation des réponses qui n'est que syntaxique, et l'obligation de prévoir toutes les réponses possibles entraîne un accroissemnent de la difficulté dans le cas de la description d'un didacticiel portant sur l'apprentissage d'une matière plus structurée puisque le nombre de cas de réponses possibles augmente encore.

La deuxième difficulté est qu'il faut concevoir le déroulement de la leçon en imaginant chacun des aiguillages et chacun des chemins qui en part.

Avec un système de ce type, qui n'est en fait qu'un système d'interfaçage, puisqu'il est indépendant de la matière enseignée, il faut, dans chaque cas particulier, dire au système ce qu'il doit faire, ce qui revient à décrire son comportement par un graphe gigantesque des chemins possibles. Quel que soit l'outil informatique supportant un tel système, le temps de conception est énorme.

Pour tenter de résoudre ces problèmes, nous avons imaginé de nous placer dans un autre contexte, en utilisant autrement l'ordinateur.

1.2.3. Notre approche : la description synthétique du comportement du système

La première caractéristique dont nous devons doter le système est une certaine compréhension de la réponse, un modèle de la matière enseignée en fonction duquel il va pouvoir être capable d'interpréter, d'arriver au sens contenu dans les réponses de l'élève.

La deuxième est notre idée de donner la possibilité à l'auteur du didacticiel de le concevoir en introduisant une description synthétique de la stratégie d'enseignement.

Le fait que notre système offre un moyen de décrire son comportement de manière synthétique permettra d'éviter que l'auteur du didacticiel doive décrire explicitement tout le graphe des situations possibles, prévoir tous les différents scénarios.

Au lieu de décrire le comportement du système de manière analytique, en disant explicitement ce qu'il faut faire pour chaque noeud pris individuellement, on décrirait la stratégie en indiquant que, dans tel type de situation, qui serait reconnu grâce à la capacité d'interprétation du système et à sa connaissance de la matière enseignée, il faudrait que le système ait tel comportement. La spécification de ce comportement serait répercutée dans tout le graphe, pour tous les noeuds représentant les situations similaires qui pourront faire partie de la leçon.

1.2.4. Description synthétique du comportement du système au moyen d'un langage de description

Une manière de rendre possible ce type de description synthétique de la stratégie d'enseignement serait de permettre à l'auteur du didacticiel d'introduire, sous la forme d'un langage spécifique de description, un ensemble de règles générales de comportement qui correspondrait aux attitudes pédagogiques attendues de la part du système.

Par comparaison avec les possibilités qu'offre un système auteur, notre optique ne donnera sans doute pas la possibilité de décrire, au moyen d'un ensemble de règles, le moindre des cas particuliers, alors qu'il serait possible de les décrire de manière analytique. Mais si on considère que la description des cas particuliers, en plus des cas couverts par cet ensemble de règles, demanderait un temps tellement grand qu'on ne pourrait de toute façon pas tous les décrire, l'adoption d'un type de description synthétique ne causera pas de perte en terme de puissance effective de description.

La difficulté de la description d'un didacticiel au moyen d'un logiciel tel que les systèmes auteurs classiques rend souvent illusoire la relation de conception entre le professeur et le système. Dans la plupart des cas, comme le temps de conception d'un didacticiel est très élévé, le professeur en sera réduit à utiliser un didacticiel prédéfini. Il ne pourra généralement avoir sur le comportement du système qu'une intervention peu fondamentale qui sera souvent réalisée par le positionnement de certains paramètres tels qu'on les a décrits plus haut.

L'intérêt majeur de notre approche est de permettre de voir le didacticiel réellement comme un logiciel ouvert.

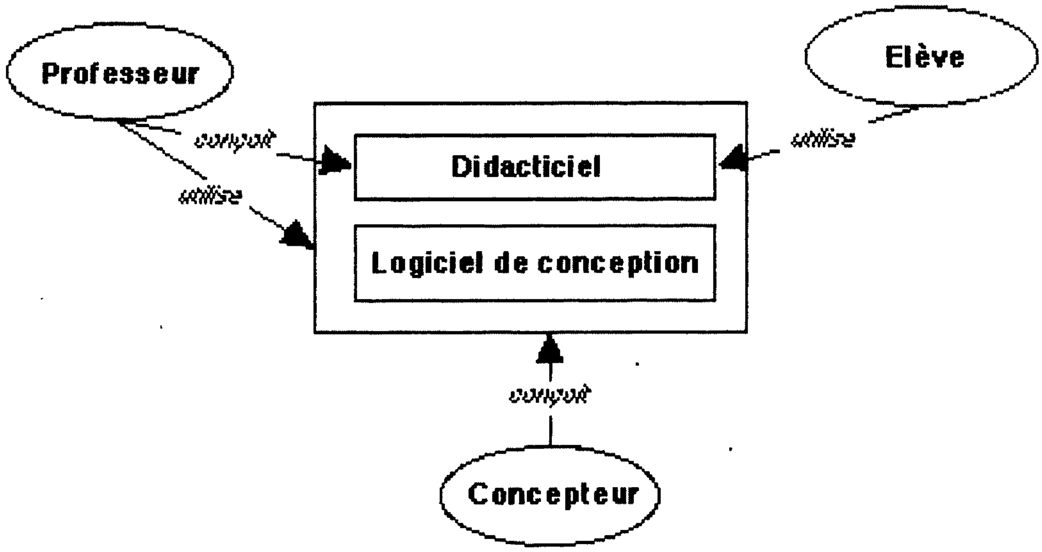
1.2.5. Type de logiciel que propose notre approche

Le schéma 3 montre la relation pouvant exister entre le professeur et le didacticiel grâce à la construction particulière du type de logiciel dont nous venons d'esquisser le principe de fonctionnement et dans lequel le professeur, utilisateur du didacticiel, pourra aussi en devenir l'auteur.

Au départ, le système contiendrait des stratégies implantées par le concepteur du didacticiel. Mais ces stratégies seraient susceptibles d'être modifiées, voire remplacées par de nouvelles stratégies, par l'utilisateur du système qui pourrait intervenir sur le comportement de celui-ci au moyen du langage de description des stratégies pédagogiques.

D'un côté, la matière à enseigner serait définie par un ensemble de règles que le système serait capable d'interpréter. Ces règles constitueraient la "connaissance" du système qui devrait avoir la capacité d'utiliser cet ensemble de règles pour pouvoir résoudre lui-même les exercices et ainsi pouvoir détecter les erreurs de l'élève et analyser ses réponses. Elles seraient suceptibles d'être modifiées ou réécrites par le professeur.

Schéma 1.3. Logiciel de conception permettant au professeur de construire aisément des didacticiels



Le professeur pourrait se servir des résultats de l' analyse des réponses de l'élève pour, d'un autre côté, piloter, au moyen d'une description synthétique, les comportements à adopter par le système en fonction des caractéristiques des réponses.

1.3. Situation de notre analyse par rapport à la problématique générale de l'Enseignement Assisté par Ordinateur

Nous situons l'analyse de notre système à l'intérieur d'une classe d'approche de l'enseignement assisté par ordinateur, qui est caractérisée par une certaine idée de logiciel.

Les principales caractéristiques de l'approche adoptée dans ce type de logiciel sont de permettre la description des stratégies d'enseignement d'une part et la description de la matière d'autre part.

En partant de cette approche, nous étudierons plus particulièrement le domaine de l'entraînement à la résolution d'exercices dans un contexte où l'exercice consiste en l'application de règles.

Dans ce domaine, de nombreux aspects peuvent être étudiés.

Un aspect intéressant est la problématique du suivi de l'élève entre les différentes leçons ou sessions de travail, qui pourrait permettre une évaluation du niveau de force de l'élève, l'adaptation des exercices futurs et des stratégies d'enseignement à adopter en fonction d'informations tirées de ce qui se sera passé durant les leçons précédentes et qui constitueraient un historique de l'apprentissage de l'élève.

La conception des moyens de description de la stratégie d'apprentissage en fonction de cet historique, ainsi que la détermination du type et de la forme des informations devant y figurer constituent, à elles seules un problème très complexe.

La gestion et la description de l'enchaînement des exercices dans le déroulement d'une leçon serait un autre aspect qui entrerait dans l'étude complète du traitement d'une leçon. Dans la description de la stratégie que le système doit adopter pour traiter la résolution d'un exercice, la façon dont les exercices précédents ont été traités pourrait être prise en compte et influencer les attitudes du système dans le traitement des exercices suivants.

Un aspect qui semble aussi digne d'intérêt dans la description d'une leçon est la structuration d'un ensemble d'exercices en fonction de certains critères, comme la nature des exercices et leur difficulté.

La nature de l'exercice dépendrait du type de règle qu'il faut appliquer pour le résoudre.

La difficulté de l'exercice pourrait prendre en compte la longueur de la résolution, c'est à dire la possibilité d'y commettre des erreurs, et la difficulté des règles à appliquer pour mener à bien la résolution.

En indiquant au système la manière de structurer les exercices, on pourrait lui donner une série d'expressions en vrac, qu'il serait capable de reclasser selon les critères donnés et parmi lesquelles on pourrait lui demander de sélectionner l'un ou l'autre exercice correspondant à certains critères.

De la sorte, on arriverait plus facilement à décrire un enchaînement d'exercices ainsi que le choix de l'exercice à proposer à tout moment de la leçon, en demandant au système de proposer un exercice répondant à tel critère précis.

Ces critères de choix de l'exercice suivant à proposer pourraient être différents suivant que l'élève aura montré une bonne connaissance de la démarche de résolution. Ou bien, il pourrait n'y avoir qu'un critère de choix qui serait décrit en fonction de variables reflétant cette connaissance de l'élève.

A l'intérieur de ce contexte, notre analyse portera sur la résolution d'un seul exercice. C'est à dire qu'on laissera momentanément de côté les différents aspects qui pourraient ultérieurement compléter cette première réflexion.

Enfin nous étudierons notre système pour le cas de la résolution d'exercices dans le cadre de la dérivation d'expressions.

Nous tenterons de cerner différents concepts qui seront nécessaires pour permettre une description synthétique des stratégies pédagogiques.

Nous essaierons de nous faire une idée du type de dialogue que le système devrait avoir avec l'élève et des composantes de ce dialogue dans une leçon de résolution d'un exercice de dérivation.

Nous pourrons ensuite tenter de concevoir une syntaxe bien adaptée dans laquelle nous intégrerons ces différents éléments en vue d'arriver à un langage souple et efficace de description des stratégies pédagogiques.

CHAPITRE 2 : DIALOGUES ENTRE L'ELEVE ET LE SYSTEME

2.1. Introduction

Comme nous l'avons déjà dit dans la partie traitant des objectifs du système faisant l'objet de la présente étude, nous allons analyser l'aide à l'enseignement de la dérivation en voyant l'ordinateur comme un support à l'apprentissage de la démarche de dérivation d'expressions.

Nous pourrons donc supposer qu'un ensemble de règles minimal a été établi, par exemple, grâce des démonstrations par calcul du passage à la limite.

Ces règles de dérivation ayant été établies,elles devront être maîtrisées dans un contexte d'utilisation dans des exercices. C'est à ce niveau que nous analyserons le type d'interaction que le système pourra avoir avec l'élève. `

Sur la base d'un ensemble de règles, dont l'élève est censé connaître tout au moins l'expression sous une forme conventionnnelle, comme la notation mathématique, l'élève va pouvoir s'entraîner à dériver avec l'aide de l'ordinateur qui va tenter de fournir un certain contrôle, un suivi dans l'apprentissage de cette démarche.

Dans les parties traitant plus particulièrement de la formalisation du niveau de difficulté de la tâche, de la connaissance de l'élève, du saut effectué par l'élève dans la démarche, ainsi que dans la partie explicitant différentes composantes du langage de description de stratégies pédagogiques, on verra apparaître au cours de la réflexion, de nombreux types d'informations de retour, de comportements qui pourraient être adoptés par le système en fonction des réponses de l'élève, d'attitudes pédagogiques adaptées à l'estimation qu'on peut avoir d'un certain niveau de connaissance de l'élève ou de la difficulté que représente la démarche demandée à l'élève. Tous ces éléments ne seront pas repris ici où on tentera simplement de décrire le type de dialogue dont la gestion pourrait être demandée au système dans son guidage de la démarche de l'élève.

Ces éléments supplémentaires de dialogues seront par la suite mis en oeuvre dans quelques exemples de description de stratégies pédagogiques qui feront suite à la caractérisation du langage de description.

2.2. Forme générale d'une leçon

L' apprentissage de la démarche de dérivation va donc se passer par la mise en oeuvre des règles de dérivation dans le cadre de la résolution d'exercices.

Pour se faire une idée du type de dialogue que l'on va devoir gérer, on peut analyser une leçon typique parmi d'autres que le système devrait permettre de décrire.

2.2.1. Déroulement d'une leçon typique

Ce type de leçon, résultant d'un choix pédagogique assez directif,peut être décomposé en trois phases successives :

- une phase de préparation dans laquelle on peut donner des exemples d'utilisation des règles, effectuer des rappels au niveau de la connaissance qui devra être mise en oeuvre, vérifier la connaissance de base qui devra être utilisée, si on veut contrôler avant d'entamer les exercices que l'élève posséde bien les pré-requis indispensables.

-une phase de mise en oeuvre dans laquelle l'élève résoudrait les exercices

- une phase de confrontation où l'élève compare ses réponses à un corrigé d'exercice ou les soumet au professeur. Dans cette phase, on tire les enseignements de ce qu'on vient de voir afin de fixer les connaissances, on insiste sur certains points afin d'attirer l'attention sur les points difficiles sur les connaissances qui semblent bien acquises ou sur celles qu'il faut encore travailler.

2.2.2. Leçon sur la résolution d'exercices de dérivation

Dans le cadre de notre analyse, l'élève se lancerait directement dans un phase de mise en oeuvre / confrontation.

Il résoud des exercices de dérivation en donnant des réponses intermédiaires qui font systématiquement l'objet d'une analyse approfondie.

Le traitement qui pourrait être consécutif à l'analyse des réponses de l'élève pourrait cependant mettre en oeuvre des éléments de dialogue appartenant aux phases décrites dans le déroulement d'une leçon typique. Au lieu de se produire selon les différentes phases présentées plus haut, beaucoup de choses pourraient se passer en parallèle.

En fonction des résultats de cette analyse, le système pourra orienter les dialogues et adopter les attitudes qui lui sont demandées en correspondance avec les situations décrites au niveau de la description de la stratégie pédagogique introduite par l'auteur du didacticiel ou le professeur qui l'utilise.

Il pourra de la sorte en suivant la stratégie mise en oeuvre, fournir ou non plus ou moins d'information de retour à l'élève, le guider de manière plus ou moins directive dans sa démarche, lui permettre dans certaines limites d'influencer le déroulement de la leçon, lui fournir des stimulations ou des conseils adaptés aux situations se présentant dans la résolution.

On peut tenter de classer ces dialogues, ou plutôt les éléments de dialogues comme appartenant à différents types.

2.3. Classification des éléments de dialogue en différents types

On peut reprendre la distinction qui est établie par DEPOVER (1987) en fonction de l'organe entre les mains duquel repose l'initiative.

Cette distinction nous permettrait de classer certaines fonctions du système qui devront faire partie de la panoplie offerte au professeur pour la description des interactions du système et de l'élève :

- **les dialogues dans lesquels l'ordinateur dispose de l'initiative** :

Dans notre cas, l'ordinateur proposerait des exercices à l'élève et attendrait des réponses de la part de l'élève. Il renverrait de lui-même des informations de retour consécutives à l'analyse des réponses et choisirait l'exercice suivant à résoudre.

- **les dialogues dans lesquels l'élève dispose de l'initiative** :

Dans ce cadre, on peut imaginer que l'élève choisisse lui-même les exercices qu'il va résoudre parmi un ensemble d'exercices proposés. Il pourrait avoir le loisir de demander certaines informations au système. Il pourrait demander des rappels sur certaines notions ou des exemples d'utilisation, voire une assistance on-line du système dans la résolution qu'il est en train de faire.

Quand on analyse le cas où l'élève a le droit de choisir lui-même l'exercice qu'il va résoudre, il semble bien avoir l'initiative dans une partie du dialogue, mais le contrôle de la stratégie pédagogique pourrait rester enre les mains du système en ce sens qu'il propose un ensemble d'exercices qui satisfont à des caractéristiques bien précises adaptées par exemple à un certain niveau de difficulté, à un type de difficulté ou de connaissance que l'on veut que l'élève travaille à ce moment de son apprentissage.

Dans ce cas de figure, l'initative du dialogue peut être laissée à l'élève, mais le contrôle de la pédagogie est néanmoins guidé par le système grâce aux instructions que lui aura données le professeur dans sa description des stratégies pédagogiques.

On peut aussi, à partir du moment où on a pu arriver à un certain degré de confiance en les aptitudes de l'élève, imaginer de lui laisser effectuer des exercices indépendamment du contrôle de l'ordinateur, et lui laisser l'utiliser pour montrer la bonne réponse ou le raisonnement le plus rapide. A la suite de cette confrontation, on peut estimer que l'élève puisse lui-même corriger les erreurs de sa démarche, tirer des enseignements et améliorer ses performances.

Ce type d'interaction est possible pour un élève qui par exemple maîtrise très bien la connaissance et qui se trouve en phase de révision de certains points de la matière, si on veut lui éviter un suivi parfois assez fastidieux de la part du système.

Il est même possible que ce type de dialogue permette à l'élève d'introduire ses propres exercices dans le système avant de les résoudre ou afin qu'il lui montre la démarche correcte.

- **<u>les dialogues à initiative mixte</u>**:

Ils sont en fait des combinaisons des deux premiers types de dialogues.

2.4. Types de stratégies et aménagement des stratégies

On peut moduler ces stratégies de nombreuses façons en remodelant la découpe classique de la leçon en phases pour mener ces activités en parallèle, les faire interagir de la manière qu'on veut.

Par exemple, on peut imaginer qu'en fonction de résultats obtenus à des tests de connaissance de règles ou à des questions posées par l'élève sous la forme d'une demande au système de montrer la mise en oeuvre de tel type de règle, la leçon s'oriente vers une mise en oeuvre des règles par l'élève dans un exercice simple. Et inversément, à la suite de la confrontation des résultats de l'élève, on peut voir l'utilité d'une révision des règles si l'on a détecté qu'un certain nombre d'erreurs provenait d'un type de confusion ou d'une lacune au niveau de la connaissance des règles.

Ces éléments nous font percevoir l'utilité de certaines fonctions d'affichage de règles, de reconnaissance de la règle qui est applicable au vu d'un exercice, d'affichage des étapes d'une démarche de dérivation.

Ces interventions dans l'orientation du déroulement de la leçon feraient partie de la description des stratégies pédagogiques. En fonction de l'idée que le professeur se fait de la connaissance de l'élève, de la difficulté que représentent certains types d'exercices pour l'élève, et de l'évolution que peuvent connaître ces grandeurs au cours d'une leçon, les attitudes du système pourraient être modifiées en conséquence.

Si l'élève semble commencer à maîtriser suffisamment la démarche, la stratégie peut devenir moins directive; si les réactions de l'élève inclinent plutôt à penser que l'élève s'en sort difficilement, la stratégie pourra devenir plus directive.

C'est aussi cette idée que le professeur se fait de la connaissance de l'élève qui lui indiquera quelles sont les parties de la matière qu'il faut travailler plus, ce qui peut orienter la suite de la leçon ou le contenu des leçons futures.

On peut aussi imaginer qu'un professeur veuille, avant de lui soumettre un certain exercice, rappeler à l'élève les différentes règles qui doivent être connues pour pouvoir le résoudre. Ou il peut encore lui montrer un exemple d'application de ces règles.

Le système pourrait aussi aider l'élève à effectuer un exercice jusqu'au bout, puis lui en proposer un autre du même genre à effectuer tout seul.

Dans tous ces cas, on peut encore introduire des possibilités d'interaction de la part de l'élève. Il pourrait avoir la possibilité, dans les limites prévues par le professeur lors de la description de la stratégie à adopter par le système, d'intervenir sur le déroulement de la leçon.

Il pourrait par exemple avoir la possibilité de se lancer directement dans un exercice, en court-circuitant le rappel des règles s'il estime bien les connaître.

L'aide du système pourrait ne pas lui être fournie automatiquement, mais seulement sur sa demande: quand il ne s'en sort pas, il demande au système de l'accompagner dans la démarche.

CHAPITRE 3 : LA MATIERE ENSEIGNEE : UNE DEMARCHE DE RESOLUTION D'EXERCICES DE DERIVATION BASEE SUR L'APPLICATION DE REGLES.

3.1. Objectif

L'objectif du système faisant l'objet de la présente étude n'est pas de faire de l'enseignement de la dérivation, mais d'aider à cet enseignement en fournissant un support à l'apprentissage de la démarche de dérivation d'expressions.

Enseigner les règles de dérivation, ce serait tout d'abord les expliquer, par exemple en les établissant à partir des démonstrations par calcul du passage à la limite. Nous pourrons supposer que toutes les règles dont nous parlerons par la suite auront été établies grâce à ce type de démonstration.

On peut sans doute expliquer comment établir les règles de dérivation par une autre méthode, ou les démontrer de manière différente. Pour mieux les faire comprendre, on peut aussi faire appel à une interprétation géométrique du nombre dérivé de la fonction en x0 comme le coéfficient directeur de la tangente en ce point. Mais on obtient finalement les mêmes règles de dérivation qui sont utilisées à peu près de la même façon par tout le monde. Dans la suite du texte, on adoptera indifféremment , par exemple dans les phrases qui expriment les règles, les termes “expression” ou “expression arithmétique” ou le terme “fonction” qui fait plus directement référence aux démonstrations dont nous venons de parler.

3.2. Les règles de dérivation

En adoptant pour l'expression des règles, la forme mathématique faisant intervenir la variable de dérivation “x”, on peut citer comme constituant un ensemble minimal de règles, les règles de dérivation suivantes :

- **dérivée d'une somme**:

$$(f(x)+g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

- **dérivée d'un produit**:

$$(f(x)*g(x))' = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$$

- **dérivée d'une puissance** :

$(f(x)^n)' = n * [f(x)^{(n-1)}] * f'(x)$

(où "n" est un nombre entier)

- **dérivée d'un quotient** :

$(f(x)/g(x))' = [f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)] / (g(x))^2$

- **dérivée de la composée de deux fonctions** :

$(g(x) \circ f(x))'$

ou

$[f(g(x))]' = f'(g(x)) * f'(x)$

Il y a ensuite toute une série de règles de dérivation pour les **fonctions particulières** telles que :

. $(\sin(x))' = \cos(x)$
. $(\cos(x))' = -(\sin(x))$
. $(tg(x))' = 1/(\cos(x))^2$
. $(cotg(x))' = -(1/(\sin(x))^2)$

. $(\ln(x))' = 1/(x)$
. $(e^{(x)})' = e^{(x)}$

. $(x)' = 1$
. $(c)' = 0$ (où "c" est une constante quelconque)

...

Quand les règles de dérivation ont été établies, il faut encore apprendre à les utiliser dans des exercices. C'est à ce niveau que nous situons l'analyse de notre système.

Sur la base d'un ensemble de règles, dont on peut supposer qu'il connaît tout au moins l'expression sous la forme dont nous nous sommes servi pour les citer, l'élève va pouvoir s'entraîner à dériver avec l'aide de l'ordinateur qui peut assurer un certain contrôle, un suivi dans l'apprentissage de cette démarche.

Il convient cependant de nuancer quelque peu cette notion d'un ensemble de règles de dérivation à partir duquel l'élève va s'entraîner à la dérivation d'expressions.

Cela nous amènera à détailler, en descendant parfois assez bas dans la problématique de la dérivation, certains aspects de la démarche qui sont parfois un peu fastidieux. Nous nous attacherons dès lors à ne montrer que ceux qui nous seront utiles pour justifier certains aspects pédagogiques du travail.

3.3. Règles vues comme portant sur des opérateurs binaires ou n-aires

Pour une règle portant sur le même opérateur, on peut imaginer que l'élève ait appris une règle différente de celles figurant dans la liste ci-dessus.

Comme ces règles sont exprimées en fonction d'un opérateur binaire et de ses deux opérandes, quand l'expression à dériver porte sur plusieurs opérandes liés entre eux par le même opérateur, il faut se servir de la propriété d'associativité de l'opérateur afin d'effectuer des regroupements qui permettront d'utiliser plusieurs fois de suite la règle binaire sur l'expression à dériver.

Par exemple, si on doit effectuer : (f * g * h) ' , on procèdera de la sorte :

```
(f*g*h)'   =[ f*(g*h)]'
           =f' *(g*h) +f*(g*h)'
           = f' * g*h + f*(g' *h+ g*h' )
           = f' * g*h + f*g' *h + f*g*h'
```

Or, grâce à leurs propriétés de commutativité et d'associativité, certains opérateurs peuvent être vus comme des opérateurs n-aires. Ce fait sera généralement perçu de manière assez évidente pour le cas de la règle portant sur la dérivation d'une somme, puisque la règle peut s'exprimer en français comme ceci: "la dérivée d'un somme de fonctions, c'est la somme des dérivées de fonctions", ce qui s'écrirait en notation mathématique : (f + g + ...h) ' = f ' + g ' + ... + h '

Pour bien établir ce type de règles, on pourrait démontrer la règle n-aire par l'intermédiaire de la règle binaire, en effectuant des regroupements, comme nous l'avons fait plus haut pour l'opérateur somme.

On pourrait tout aussi bien partir de la démonstration de la règle par calcul du passage à la limite, en la démontrant pour 3 fonctions, puis en la généralisant pour "n" fonctions.

Quand on voit la règle du produit de fonctions de la manière suivante :
(f * g) ' = f ' * g + f * g ' , si plusieurs opérandes sont reliés dans un produit, on doit effectuer des regroupements comme ceci :
[f * g * ... * h] ' = f ' * (g * ... * h) + f * (g * ... * h) '
en recommençant de la sorte jusqu'à obtenir, après mise en évidence, une expression de ce type :
[f * g * ... * h] ' = f ' * g * ... * h + f * g ' * ... * h + ... + + f * g * ... * h ' .

Si l'élève avait appris une règle sur "n" opérandes , il disposerait d'une règle immédiate qui lui permettrait, au lieu de reconstruire à chaque fois la démonstration de la règle, sans s'en rendre compte, d' aller directement au résultat en sommant simplement "n" fois le produit des fonctions et en dérivant chacune d'elles respectivement dans chacun des produits.

3.4. Règle particulière et règle générale

Un autre type de raccourci doit être considéré comme pouvant se substituer à la démarche se basant sur les règles générales. Par exemple, si l'on doit dériver (3 * x), on peut utiliser la règle de la dérivation d'un produit en écrivant :
(3 * x) ' = 3 ' * x + 3 * x '
= 0 * x + 3 * 1
= 3.

Mais généralement, on sait par coeur que la dérivée de 3 * x, c'est 3, et dans ce cas, la règle à appliquer est beaucoup plus simple.

Pour donner un autre exemple, la règle de dérivation qui à l'expression (x ^ n) ' associe n * x ^ (n-1) est un cas particulier de la règle de dérivation générale [(f (x)) ^ n] ' = n * (f (x)) ^ (n-1) * (f (x)) ' , ou f' = x ' = 1.

Il existe de nombreuses règles qui sont mises en oeuvre en pratique pour des cas particuliers fréquemment rencontrés.

Souvent, on apprend d'abord certaines de ces règles particulières avant d'apprendre la règle plus générale.

Les règles n- aires peuvent être vues comme la généralisation des règles binaires qui sont généralement vues avant.

La connaissance de ces règles permet d'arriver plus simplement à la solution d'un exercice et font partie d'un apprentissage efficace de la démarche de dérivation.

Il ne suffit donc pas de décrire un ensemble minimal de règles pour que le système puisse accepter des réponses de l'élève.

3.5. Ensemble minimal et non minimal de règles

Comme le montre notre deuxième exemple, il est intéressant, si l'élève se trouve dans une situation où il doit dériver (x ^ 2) , de souligner que ce n'est pas la peine d'utiliser la règle générale de dérivation d'une puissance et qu'il serait sans doute utile de retenir que :
(x ^ 2) ' = 2 * x .

Une solution pour prendre en compte cet aspect des choses serait de mettre dans le système un ensemble non minimal contenant toutes les règles que l'élève doit connaître.

Par exemple, on pourrait imaginer plusieurs types de description suivant qu'ils tirent ou non profit d'un mécanisme d'instanciation :

- au niveau le plus bas, il faudrait décrire toutes les règles particulières exhaustivement

- à un deuxième niveau, on peut au moins estimer que les coéfficients seraient instanciés. En donnant une priorité d'utilisation quand c'est possible, aux règles apparaissant plus haut, on aurait une description du type :

(a * x) ' = a ;
(x ^ 2) ' = 2 * x ;
(x ^ 3) ' = 3 * x ^ 2 ;
(f (x) ^ n) ' = n * f (x) ^ (n-1) * (f (x)) ' ;
et dans le cadre de cette description la dérivation par exemple de (x ^ 4) devrait se faire à partir de la règle générale de dérivation d'une puissance, puisqu'il n'y a pas de règle particulière.

- en instanciant au maximum, on aurait une description du type :
(x ^ n) ' = n * x ^ (n-1) , et dans ce cas, le système ne serait pas étonné si l'élève donnait directement, par exemple : (x ^ 8) ' = 8 * x ^ 7.

L'inconvénient de cette solution est que l'auteur du didacticiel devra décrire tout cet ensemble non minimal de règles.

Un autre aspect délicat de cette description est qu'il ne faudrait pas oublier de règles ni en ajouter par rapport à celles qu'on voudrait voir utilisées par l'élève, sinon, certains de ses raisonnements risqueraient d'être considérés à tort comme mauvais.

Par exemple, dans le cas où l'auteur a oublié d'insérer dans le système la règle utilisée par l'élève, celle-ci ne serait pas admise par le système qui pourrait demander d'expliciter un raisonnement qui n'est pas nécessaire puisque la réponse provient directement de l'aplication d'une règle particulière apprise par coeur.

Dans un autre cas, le fait d'avoir ajouté une règle permettant de simplifier un raisonnement fera que le système acceptera ce raccourci, même si le professeur désirait que l'élève explicite sa démarche.

On peut déduire de ces considérations que la constitution de cet ensemble de règles devrait dépendre de l'état d'avancement de l'élève dans son apprentissage.

3.6. Gestion dynamique de l'ensemble de règles non minimal

On peut imaginer que l'élève commencerait par apprendre d'abord des cas particuliers simples. Par exemple, (x ^ 2) ' = 2 * x .

Par après, il apprendrait des généralisations de ces règles particulières. A ce moment de l'apprentissage, ce sera la connaissance des règles générales qui sera le but de l'apprentissage et on voudra sans doute qu'il montre comment il s'y prendrait pour dériver en partant utilisant les règles générales.

Par contre, dans un troisième temps, si les règles générales sont bien utilisées par l'élève, il peut être utile qu'il emmagasine un certain nombre de cas particuliers qui lui permettront d'accélérer sa démarche.

Ceci impliquerait que l'attirail de règles dont le système va se servir doit pouvoir être géré dynamiquement.

Il faudrait alors qu'il soit possible de définir au niveau de la description des stratégies pédagogiques, des modifications de l'ensemble de règles, en indiquant à certains moments au système d'ajouter telle règle à sa base et à d'autres moments de laisser tomber telle règle.

3.7. Déduction de règles par le système

Afin d'éviter certains inconvénients d'une description de l'ensemble de règles non-minimal ainsi qu'une description de toutes les manipulations sur cet ensemble, on peut imaginer que le système ait la capacité d'accepter des règles qu'il ne connaissait pas.

Si l'élève utilise une règle exacte, mais que cette règle n'est pas contenue dans la base de règles du système, par exemple pour (x ^ 4) ' , l'élève répond directement 4 * x ^ 3 , le système pourrait lui demander comment il arrive à ce résultat en lui montrant le détour par la règle générale. Mais on pourrait aussi imaginer qu'il reconstitue lui-même le raisonnement, car il connaissait lui la règle générale. Ainsi, cette nouvelle règle apparaîtrait comme un théorème déduit des règles contenues dans la base de règles du système et elle pourrait y être intégrée après que le système ait constaté que cette règle est souvent utilisée.

Dans une autre situation le système pourrait mémoriser la règle particulière qu'il pourrait déduire en voyant l'élève effectuer la démarche complète par l'intermédiaire de la règle générale.

Dans le premier cas, le système reconnaîtrait une règle générale dans l'examen d'un cas particulier. Dans le deuxième, c'est sa capacité à reconnaître des particularisations de règles générales qui lui permettrait d'enrichir l'ensemble de règles qu'il possède ou de l'adapter progressivement à l'état d'avancement de l'apprentissage de l'élève.

Après que le système ait intégré de nouvelles règles, on peut encore imaginer qu'il puisse être capable de les proposer à l'élève quand il s'avère que ces règles pourraient lui faciliter la démarche. A partir du moment où des situations où ces règles plus directes pourraient être utilisées se présenteraient fréquemment, il serait intéressant de suggérer à l'élève de les appprendre afin qu'il améliore ses performances.

Ces considérations ont des implications sur la façon de déterminer la complexité d'une démarche.

3.8. Implications de l'existence d'un ensemble de règles non-minimal sur la façon de déterminer la complexité d'une démarche

La complexité d'un même problème étant calculée par rapport aux règles qui sont à la disposition de l'élève, elle évoluerait en fonction des règles connues.

On pourrait dès lors faire une distinction entre d'une part, la complexité de la démarche telle que le système la conçoit, c'est à dire celle qui met en oeuvre les règles contenues dans l'ensemble de règles non-minimal et qui permettent d'arriver à la solution le plus rapidement, et d'autre part, la complexité de la démarche que l'élève est en train d'entreprendre mettant en oeuvre des règles qui mènent peut-être plus difficilement au résultat.

Ces discussions nous mènent à ranger ces divers aspects de la démarche de dérivation d'expressions sous des niveaux de connaissances différents.

3.9. Connaissance d'une démarche

Au niveau le plus élémentaire, les éléments de connaissance peuvent être vus comme des "faits". Pour dériver une certaine expression, il suffit de la remplacer par une autre en opérant une identification. Par exemple, il faut savoir que (sin (x)) '= cos (x).

En réalité, ce n'est pas à proprement parler un fait comme on l'entend habituellement en programmation logique, car même si on peut le voir comme un fait en considérant qu'il n'y a pas d'instanciation et que la variable de dérivation est toujours "x" , et c'est généralement comme cela qu'on commence par l'apprendre, ce "fait" au sens où on l'entend permet tout de même de remplacer le membre de gauche par le membre de droite, c'est à dire qu'il y a quand même un mécanisme de production.

Seulement, il faut bien à un moment reconnaître que la variable de dérivation doit être instanciable. Cela se remarque très bien si on pense que, en utilisant la règle de dérivation de la composition de fonctions, on doit pouvoir utiliser la connaissance qui à l'expression (sin (x)) ' associe cos (x) en instanciant x à g (x) pour calculer : [sin (g (x))] ' = cos (g (x)) * (g (x)) '.

On peut même voir la règle de dérivation de sin (x) comme un cas particulier de la règle de la composition de fonction où le (g (x)) ' correspond à x ' = 1.

L'élément qui tient du "fait" serait donc que " la dérivée de sin, c'est cos ", et les mécanismes d'instanciation et de production seraient plutôt des éléments qui font penser à une règle. Comme on l'a dit ces aspects sont fort dépendants de l'état d'avancement de l'apprentissage de l'élève. Au début, on voit plutôt cette connaissance comme un "fait", dans le sens où c'est une règle sans instanciation, par après, on la voit comme une règle à part entière.

A un niveau plus complexe, la connaissance est exprimée par des règles. Une règle de dérivation, qui porte sur un opérateur arithmétique, permet de réduire une expression à dériver en plusieurs sous-expressions "plus faciles" à dériver. Par exemple, pour la règle de la somme : (x + sin (x)) ' = x ' + (sin (x)) ').

Les "méta-règles" sont des règles de plus haut niveau qui portent sur les règles elles-mêmes. Ce sont des règles de choix des règles à appliquer. Elles décrivent en quelque sorte la stratégie de résolution des exercices.

Mais dans le cas de la dérivation, la question se pose de savoir si la démarche comporte oui ou non des méta-règles.

Si l'on dérive une expression arithmétique, on est toujours certain d'arriver à la solution finale de l'exercice, après un nombre fini d'applications de règles, choisies parmi un ensemble connu de règles de dérivation, et à tout moment, le choix de la règle à appliquer peut être effectué de façon mécanique.

Les situations où les règles doivent s'appliquer sont toujours identifiables par rapport à des critères bien définis. Ces critères peuvent eux aussi être exprimés sous forme de règles de choix parmi les règles de dérivation à appliquer, simplement en instaurant l'ordre de priorité arithmétique pour les opérateurs. Par exemple, si l'on doit dériver l'expression (x + sin (x)), l'expression est une somme et la seule règle applicable est celle de la somme de deux fonctions.

Plus généralement, si l'on choisit d'utiliser une règle, qui est applicable dans une situation donnée, on peut toujours le faire sans que ce choix ne mette en question la certitude d'arriver à la solution. Malgré le fait que nous ne disposons pas encore d'une définition bien nette de la complexité d'une expression, on peut dire que l'application de la règle aura permis de réduire la complexité de l'expression à dériver, dans le sens où l'expression restant à dériver qui en résultera, sera une étape vers l'élimination de tout signe de dérivation dans l'expression, elle apparaîtra moins "touffue", plus facile à dériver.

Cependant, il existe des situations où plusieurs choix seront possibles et où certains d'entre eux mèneront à la solution plus lentement que d'autres, ou y mèneront d'une manière telle qu'elle rendra les calculs plus complexes, ou le nombre d'applications ultérieures de règles plus important.

Dans cette optique, on peut concevoir qu'il y ait des méta-règles à appliquer non dans le sens où celles-ci permettent de trouver une solution, mais dans le sens où elles permettent d'arriver à des solutions plus simples, par l'utilisation de règles contenues dans un ensemble non-minimal de règles.

Un cas possible est celui dans lequel, au lieu d'utiliser directement la règle de la dérivée d'un quotient pour dériver une expression du type " (f / g) ", on préfère voir l'expression sous la forme : [f * (1 / g)]. Cela n'a d'intérêt que si on ne connaît pas bien la règle de la dérivée d'un quotient, mais qu'on connaît bien la règle de la dérivée d'un produit et qu'on sait que (1 / g) ' = - g ' / g ^ 2, ce qui permet alors d'écrire que :

```
[f*(1/g) ]'  =f'* (1/g) +f*(1/g)'
             =f'* (1/g) +f*(-g'/g^2).
```

Mais cet intérêt est très limité, puisque cette dernière règle n'est en fait qu'un cas particulier de la règle générale de la dérivée d'un quotient.

Seulement, on peut aussi voir l'expression (f / g), comme égale à [f * g ^ (- 1)], et dans ce cas, on peut résoudre la dérivée de (f / g) en ne faisant plus appel qu'aux règles de dérivation d'un produit et d'une puissance. La résolution de (f / g) ' deviendra alors :

[f*g^(-1)]'=f'*g^(-1) + f*[g^(-1)]'
=f'*g^(-1) + f*(-1)*g^(-2)*g'
= f'/g +(-1)*f *g'/g^ 2
= (f'*g)/g^2 - (f *g')/g^ 2
= (f'*g - f *g')/g^ 2.

Ces manipulations préalables sur l'expression à dériver permettraient donc à un élève qui ne connaît pas toutes les règles de pouvoir tout de même dériver certaines expressions où ces règles seraient utiles. Cependant, elles allongeraient considérablement les développements nécessaires pour parvenir à la solution finale de l'exercice, et notre but était ici de trouver le chemin le plus rapide pour y arriver, aussi l'examen de ces voies détournées nous permet de découvrir un nouveau cas de figure, en imaginant l'exemple inverse, où l' expression à dériver se présentant sous la forme [f * g ^ (- 1)] , il serait possible d'arriver plus simplement à la solution en voyant l'expression sous la forme (f / g) , et en utilisant la règle de dérivation d'un quotient.

On peut aussi mentionner des cas où il serait possible d'utiliser une règle qui viendrait d'un autre contexte.

Par exemple, si l'expression à dériver est (x ^ 3), on peut utiliser la règle du produit en réécrivant : (x ^ 3) = (x * x * x) et en effectuant :

[x*(x*x)]' = x'*(x*x)+ x*(x*x)'
= x'* x*x + x*(x' *x +x*x')
= x'* x*x + x* x' *x +x*x*x' , ou on peut appliquer directement la règle à "n" opérandes en écrivant :

(x^3)' =(x*x*x)'
=x'*x*x+x*x'*x+x*x*x'
= 1*x*x+x*1*x+x*x*1
=x^2+ x^2+x^2
= 3 * x ^ 2 , mais bien sûr, il est préférable d' arriver plus rapidement à la solution en utilisant la règle portant sur les puissances entières et en écrivant directement :

(x^3) ' =[3*x^(3-1)]*x'
=(3*x^2)*1
=(3*x^2).

Cet exemple paraît un peu forcé, mais comme dernière illustration, on peut montrer qu'il existe des situations où on peut arriver à la réponse d'une façon plus rapide en utilisant une règle venant d'un autre contexte, par exemple, quand l'on doit dériver (sin (x) / cos (x)), et que l'on connaît le "fait" qui donne la dérivée immédiate de (tg (x)) qui est 1 / (cos (x)) ^ 2 , il vaut mieux transformer d'abord l'expression (sin(x) / cos(x)) ' en (tg (x)) ' , au lieu de se mettre à dériver tout de suite en effectuant :

(sin(x) / cos(x))' = (sin ' (x) *cos (x) - sin (x) * cos ' (x)) / (cos (x)) ^ 2

= ((cos (x) * cos (x) - sin (x) * (- sin (x))) / (cos (x)) ^ 2

= ((cos (x)) ^ 2 + (sin (x)) ^ 2) / (cos (x)) ^ 2

= 1 / (cos (x)) ^ 2

Dans une perspective d'aide à l'enseignement de la dérivation, ces considérations peuvent revêtir une certaine importance à une niveau assez poussé d'assistance à l'apprentissage de la démarche de dérivation.

En effet, souvent ces "méta-règles" qui exprimeraient la préférence qu'il y aurait dans certain cas à utiliser une règle plus "performante", ne sont pas explicitées. Elles relèvent plutôt de la bonne pratique et font l'objet d'un apprentissage plus ou moins inconscient. Leur existence dans le système pourrait aider l'élève à apprendre à trouver la démarche la plus simple, la plus rapide pour résoudre un exercice de dérivation d'expression.

Après cette analyse des différents aspects de la connaissance de la dérivation, le moment est venu de s'interroger sur la façon dont on acquiert généralement cette connaissance.

Nous pouvons espérer que les deux points de vues, que nous aurons adoptés dans notre analyse, nous donneront des lignes directrices et des critères pertinents pour nous guider dans la conception de notre système. Sur base de cette analyse, nous devrions pouvoir découvrir des concepts fondamentaux sur lesquels pourra s'appuyer une description des stratégies pédagogiques que l'on voudrait, grâce à un langage de description bien adapté, pouvoir insuffler dans le système faisant l'objet de cette étude.

3.9.1.L'acquisition de la connaissance de la démarche de dérivation

Dans le cadre que nous avons construit plus haut, du classement des connaissances de la démarche de dérivation en différents niveaux, on peut essayer, à chaque niveau, de décomposer l'acquisition de la connaissance en différents stades.

Connaitre un "fait", pris dans le sens où nous l'entendons, c'est avoir mémorisé l'identification à opérer entre les deux expressions qui sont substituables. Par exemple, il faut avoir retenu que (sin (x)) ', c'est cos (x).

La connaissance des règles et méta-règles peut être définie plus généralement comme relevant de la connaissance de règles. Connaître une règle demande deux compétences.

La première compétence, c'est d'être capable d'identifier les situations dans lesquelles la règle est applicable.

La deuxième, c'est de savoir appliquer la règle.

Ces deux compétences sont fondues en pratique dans une compétence plus globale qui serait la maîtrise de l'utilisation des règles dans le cadre d'une démarche. On peut décomposer l'acquisition de cette maîtrise en plusieurs étapes.

Pour chaque règle que l'élève apprendra à maîtriser dans le cadre de la démarche en question, il passera par ces étapes. C'est dans la mesure où l'élève connaîtra chacune des règles sur lesquelles repose la démarche, et dont l'utilisation combinée constitue cette démarche, qu'il connaîtra la démarche elle-même.

3.9.2. Les différents stades de l'acquisition de la connaissance de la démarche de dérivation

En premier lieu, l'élève apprend la phrase qui exprime la règle.

Par exemple, la phrase : "la dérivée d'une somme de fonctions, c'est la somme des dérivées des fonctions", est une expression de la règle équivalente à la suivante, écrite dans le formalisme mathématique : " $(f + g + ...h) ' = f ' + g ' + ... + h '$ ".

Deuxièmement, il établit le lien entre cette phrase et l'action qu'elle décrit, il comprend la signification de la phrase en termes d'opérations plus élémentaires qu'il maîtrise.

La transformation que la règle permet d'opérer sur l'expression peut être décomposée en une série d'actions plus élémentaires : elle a pour but de réduire la complexité de l'expression à dériver en la découpant en "sous-expressions", plus faciles à dériver, et qu'il faut additionner.

Dans l'exemple ci-dessus, quel que soit le langage de communication qui est utilisé pour l'exprimer, l'action décrite par la règle est identique et c'est cette action qui est importante : la forme utilisée pour la décrire est secondaire.

Or, il est souvent difficile de passer au niveau de l'action comme connaissance première ; en fait, on ne connaît généralement que les phrases, on situe l'action au niveau du formalisme et rarement à un niveau conceptuel. Une illustration de ce phénomène, c'est qu'il est fréquent de constater la difficulté pour l'élève de dériver en fonction d'une variable différente de la variable de dérivation habituelle "x".

Dans le cas de la dérivation, on se situe encore à l'intérieur d'une syntaxe bien déterminée, mais si l'élève est capable de dériver f (a) sans aucun problème, il aura déjà dépassé le stade d'une application mécanique,purement formelle des règles.

La façon d'écrire une règle de dérivation peut d'une certaine manière refléter ces deux niveaux auxquels on peut situer l'action décrite par la règle.

Ainsi, si on écrit par exemple la règle du produit de la façon suivante :
[f (varde) * g (varde)] ' = f ' (varde) * g (varde) + f (varde) * g ' (varde) , en considérant que "varde" est la variable par rapport à laquelle on effectue la dérivation, on place la règle sur un plan plus général.

On peut aussi considérer que le fait que l'on puisse remplacer la variable habituelle "x" par une autre variable par rapport à laquelle on dérive, soit décrit de la manière suivante : on applique préalablement une règle de transposition de la règle de base, qui fournit donc une règle exprimée en fonction de la nouvelle variable de dérivation, puis on applique une nouvelle règle ainsi trouvée.

Pour dériver, par exemple [f (a) * g (a)] , il faut d'abord penser à appliquer une règle de transposition de la règle de dérivation portant sur la variable "x". Comme on connaît la règle : $(f (x) * g (x))' = f' (x) * g (x) + f (x) * g' (x)$, on peut déduire : $(f (a) * g (a))' = f' (a) * g (a) + f (a) * g' (a)$.

Mais ces manipulations se situent à un niveau plus lexical et ne sont qu'un moyen de reproduire le raisonnement plus général qui permet d'instancier automatiquement la variable "varde" par le symbole particulier qui se trouve être, en l'occurence, la variable "a".

Plus l'élève évolue vers la connaissance de la signification de l'expression de la règle, moins il aura besoin de la mémoriser précisément. Il arrivera à retrouver la phrase en la recomposant à partir de l'action qu'elle décrit.

Ensuite, l'élève voit comment il doit s'y prendre pour utiliser la règle, il est capable de l'appliquer de manière correcte.

Enfin, sa maîtrise est complète quand il pense à appliquer la règle chaque fois qu'il se trouve dans une situation où il peut être utile de l'appliquer.

On peut voir cette étape comme l'acquisition de la maîtrise de règles plus globales qui définissent la façon de sélectionner les règles qu'il faut appliquer dans une situation précise. Dans la cas de la dérivation, il ne s'agira de "méta-règles", que dans la mesure où celles-ci permettront d'adopter la meilleure stratégie de résolution.

En sortant du cadre de l'analyse, on peut aussi ajouter un stade de connaissance supplémentaire qui est la capacité d'appliquer les connaissances des différents niveaux à un contexte différent, de les utiliser en dehors du contexte de la mathématique pour aider à résoudre certains problèmes.

3.9.3. Acquisition de la connaissance comme l'acquisition d'automatismes

On peut considérer qu'à chaque niveau, la connaissance est acquise quand elle est devenue un automatisme.

Quand l'élève connaît par coeur la phrase qui exprime la règle, cette connaissance est devenue automatique. Mais il peut encore avoir besoin de réflexion pour appliquer correctement la règle. Au fur et à mesure de son apprentissage, il appliquera la règle de plus en plus facilement, de manière de plus en plus automatique.

En analysant l'acquisition de la compétence de l'élève dans la démarche de dérivation de la manière dont nous l'avons fait , nous ne voulons pas affirmer que les choses se passent toujours comme nous l'avons décrit. Nous cherchons seulement à trouver un modèle de comportement de l'élève qui nous permettra de mieux orienter notre exploration des attitudes pédagogiques que le système pourrait adopter. Le fait d'avoir divisé l'apprentissage en niveaux nous permettra d'imaginer d'une part des attitudes pédagogiques adaptées à chaque niveau de maîtrise des règles, et d'autre part des concepts qui correspondront à l'apprentissage de la compétence située à l'un ou l'autre des différents niveaux.

Il est cependant possible de nuancer cette analyse.

En effet, comme les choses sont présentées plus haut, il semble que l'élève acquiert d'abord la capacité d'appliquer correctement la règle, de manière quasi-automatique, puis celle de trouver la bonne règle à appliquer dans une certaine situation.

Mais cette décomposition en niveaux n'est pas stricte : les stades de connaissances ne sont pas séparés par une barrière bien définie, et les connaissances à différents niveaux évoluent souvent en parallèle.

Par exemple, l'élève peut être capable de choisir dans une situation précise, la règle à appliquer, et se tromper encore en l'appliquant sans qu'on puisse imputer son erreur à de la distraction. Mais ceci indiquerait plutôt qu'il ne maîtrise pas bien les opérations arithmétiques élémentaires dont une combinaison constitue l'application de la règle, ou bien, qu'il mélange ou confond la règle de dérivation avec une autre règle, en d'autres termes, qu'il ne connaît pas non plus l'expression de la règle.

La confusion fréquente entre la règle de dérivation d'un produit de fonctions et d'une somme de fonctions est une bonne illustration de ce genre d'erreur. Il arrive souvent qu'au lieu de dériver un produit en appliquant la règle $(f * g)' = f' * g + f * g'$, un élève utilise une règle erronée et effectue $f' * g'$. Cette confusion s'explique aisément quand on essaie de comprendre comment elle a pu se produire. L'élève aura généralement déjà bien maîtrisé la règle de dérivation d'une somme, et il y assimilera la règle de dérivation d'un produit. Il recréera une règle erronée en répercutant, comme pour la somme, le signe de dérivation sur les différents éléments du produit. L'élève savait donc qu'il devait utiliser la règle de dérivation d'un produit, mais il avait une idée fausse de cette règle.

Dans des cas semblables, l'acquisition des automatismes peut se produire dans un ordre différent de celui présenté dans la découpe en niveaux que nous venons de présenter.

Néanmoins, on tente généralement de mener un apprentissage en suivant cet ordre. C'est en fait un choix pédagogique que d'aller du plus simple au plus compliqué, de l'exécution d'opérations connues, à leur utilisation dans une situation nouvelle ou dans une situation de réflexe.

Dans le but de définir les attitudes pédagogiques et de les décomposer en actions plus élémentaires, admettons cette découpe qui nous permettra de découvrir plus facilement les fonctionalités qu'on devra attendre du système, et surtout de pouvoir les distinguer selon le niveau d'apprentissage auquel elles seront destinées.

Si en s'aidant de cette analyse, on peut arriver à définir un moyen de décrire de manière synthétique la stratégie d'apprentissage, la façon dont on voudra que l'élève étudie, on n'aura qu'à l'utiliser pour faire travailler l'élève selon l'ordre qu'on voudra.

L'objectif général, qui est d'aider l'élève à acquérir la connaissance de la démarche de dérivation d'expressions mathématiques, peut maintenant aussi être décomposé en sous-objectifs correspondants à l'acquisition des différents niveaux de maîtrise des règles.

CHAPITRE 4 : FORMALISATION DU NIVEAU DE DIFFICULTE DE LA TACHE

Le fait qu'un exercice proposé à l'élève représente une certaine difficulté est un concept pédagogique, en fonction duquel le professeur modifierait sa stratégie d'apprentissage.

Un but pédagogique de l'enseignement de la dérivation est aussi d'aider l'élève à se diriger vers la démarche la simple, celle qui mène le plus vite à la solution.

Dans cette optique, il est nécessaire de pouvoir comparer les complexités de démarches différentes.

C'est pourquoi le niveau de difficulté de l'exercice devrait pouvoir être manipulable dans une description synthétique du comportement du système, puisqu'il influencera certains choix dans les attitudes que le système doit avoir.

Cette notion peut être approchée de deux manières.

Dans une première approche, le professeur introduirait des exercices et leur associerait une certaine difficulté. Le système tiendrait compte de ces indications dans son comportement.

Le système pourrait avoir, dans une deuxième approche, la capacité d'estimer lui-même le niveau de difficulté d'un exercice quelconque. Ce niveau pourrait aussi être réévalué différemment suivant le stade d'apprentissage de l'élève.

Afin d' arriver à une certaine formalisation du calcul du niveau de difficulté d'un exercice, nous allons partir d'un exemple simple de calcul mental et écrit, et nous tenterons ensuite d'appliquer les enseignements que nous en aurons tirés sur le cas plus complexe où la tâche dont il faudra calculer le niveau de difficulté est la démarche de dérivation d'expressions arithmétiques.

4.1.Exemple : addition et multiplication de nombres

4.1.1. Modèle d'addition mentale de deux chiffres

SUPPES et GROEN (1967) estiment que le niveau de difficulté d'exercices d'addition mentale peut être établi en considérant qu'une sorte "d'horloge interne" est ajustée par l'élève en fonction du premier opérande, puis, que la valeur de celui-ci est augmentée de manière itérative autant de fois que le second opérande comporte d'unités. C'est le nombre d'itérations que nécessitera cette seconde opération qui déterminera le niveau de difficulté de l'exercice proposé.

Par exemple, selon ce modèle, le niveau de difficulté qui serait associé à l'exercice : 5+3 serait 3, la valeur de second opérande, tandis que 2+4 aurait un niveau de difficulté de 4.

Cela signifie que l'élève effectue inconsciemment les opérations successives suivantes : 5+3 = 5+1 +1 +1 = 8. Autrement dit, il a acquis un automatisme qui est la capacité de "compter sur ses doigts" mentalement.

Ces exemples sont bien choisis pour justifier le modèle. Mais nous pensons qu'il est possible de le nuancer.

Comme première remarque, on peut mettre en évidence le fait que le modèle proposé est en réalité provisoire.

Tout au début de son apprentissage, l'élève fonctionnera sans doute selon ce schéma. Mais très vite, il commencera à retenir certaines additions par coeur et ces additions ne représenteront plus réellement de difficulté. On peut même ajouter que toutes les additions de deux chiffres finiraient par représenter la même difficulté.

La difficulté de l'exercice dépendrait donc du contexte d'apprentissage dans lequel il est posé, puisque, suivant le mécanisme mis en oeuvre à ce moment de l'apprentissage, la difficulté d'une addition peut être différente : si l'élève met en oeuvre le mécanisme itératif proposé par SUPPES et GROEN , l'addition sera plus difficile que s'il connaît le résultat par coeur.

Si on admet que ce modèle nous permet de disposer d'un moyen d'évaluer le niveau de difficulté que représente l'addition mentale de deux chiffres, on peut s'en servir pour formaliser le niveau de difficulté associé à une tâche plus complexe qui est l'addition de plusieurs nombres eux-mêmes composés de plusieurs chiffres.

4.1.2. Modèle d'addition de nombres de plusieurs chiffres reposant sur le

modèle d'addition mentale de deux chiffres

Par exemple, pour trouver le niveau de difficulté de l'addition suivante :

873

+ 624

+ 2369 , on peut d'abord considérer qu'il sera égal à la somme des niveaux de difficulté de l'addition de chaque rangée à additionner.

En définissant la taille d'un nombre comme étant le nombre de chiffres qu'il comporte, on peut calculer le niveau de difficulté de l'addition d'une rangée comme la taille du nombre constituant la rangée multipliée par le niveau de difficulté moyen de l'addition de chaque chiffre de la rangée.

Dans ce cas, le calcul de la difficulté globale de l'exercice peut être effectué par une analyse ligne par ligne des rangées à additionner.

Quoi qu'il en soit, on peut avancer une formule de calcul du niveau de difficulté global d'un exercice en ces termes : le niveau de difficulté de l'exercice est égal à la somme des niveaux de difficulté des rangées. Le niveau de difficulté d'une rangée, c'est la somme des difficultés de l'addition de chaque chiffre appartenant à la rangée.

On peut aussi calculer le niveau de difficulté global d'un exercice comme : nombre de rangées * taille moyenne des rangées * difficulté moyenne de l'addition d'un chiffre.

4.1.3. Modèle de multiplication de nombres de plusieurs chiffres reposant sur les modèles d'addition

Les résultats obtenus pour l'analyse du niveau de difficulté d'une addition peuvent être utilisés dans le cas de la multiplication qui serait analysée de la manière suivante.

Soit les tables de multiplications ont été apprises "par coeur" et celles-ci permettent d'obtenir le résultat de la multiplication de deux chiffres sans que cette obtention ne pèse dans la difficulté, puisqu'elle se passe de manière automatique.

Soit, pour obtenir le résultat de la multiplication de deux chiffres, on doit recourir à des additions successives du multiplicande, autant de fois que le dicte le multiplicateur. Dans ce cas, la difficulté de l'opération est celle des additions successives.

Pour multiplier entre eux deux nombres de plusieurs chiffres, on additionne successivement les différentes rangées de chiffres obtenues en multipliant le multiplicande par chacun des chiffres du multiplicateur.

De la sorte, pour obtenir le niveau de difficulté de la multiplication de deux nombres composés de plusieurs chiffres, on calculera la difficulté de l'addition des rangées obtenues en multipliant le multiplicande par chacun des chiffres composant le multiplicateur, et on y ajoutera enfin la difficulté de l'obtention de chacune de ces rangées.

Cette difficulté est celle de la multiplication d'un nombre de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul chiffre et elle est représentée par les différentes multiplications mettant en relation chaque chiffre du multiplicande avec le chiffre multiplicateur, plus la difficulté des additions possibles dues aux reports éventuels.

4.1.4. Modèle d'addition mentale de nombres de plusieurs chiffres

Si on veut pousser un peu plus loin l'analyse du modèle de l'addition mentale, on peut remarquer que l'apprentissage de l'élève évoluera encore.

Plus tard, quand l'élève sera amené à effectuer des additions dans le cadre d'un algorithme plus complexe d'addition mentale de nombres, on peut certainement considérer que l'élève va s'aider du fait que l'on travaille dans la base décimale. Cette base lui fournit un repère sur lequel il peut s'appuyer pour trouver de nouveaux automatismes.

On peut imaginer deux manières de s'aider de la base décimale pour faciliter les calculs.

Par exemple, pour additionner 27 et 64, on pourra effectuer les opérations suivantes.

20+60=80, en additionnant 2 et 6 comme les chiffres des dizaines. Puis on effectue 7+4=11. Et enfin, 80+11=91 par addition de 8 et 1 et de 0 et 1.

Mais dans certains cas, on combinera autrement les opérations élémentaires.

Si on sait que 7+3=10, on effectuera 64-3. Il se peut qu'on doive pour ce faire passer par un mécanisme itératif de décompte et faire 64-1-1-1 = 61 ou bien qu'on sache que 4-3=1 et dans ce cas, on écrit tout de suite 64-3=61. Pour effectuer 27+3=30, on effectue un report. On additionne ensuite 30 et 61. Pour ce faire, on effectue deux opérations : 3+6=9 et 0+1=1, d'où on écrit par concaténation la réponse 91.

L'élève décompterait du deuxième opérande ce qui est nécessaire pour compléter le premier par rapport à un multiple de la base. Après, il ne resterait qu'à additionner le solde au chiffre indiquant les dizaines.

La difficulté de cet exercice serait alors représentée par le nombre d'itérations qui a été nécessaire pour effectuer le décompte sur le deuxième opérande. On peut aussi introduire un surcroît de difficulté dans le fait qu'il faut effectuer des reports. Ceux-ci constituent aussi des itérations, des additions sur les dizaines menées en parallèle à celles opérées sur les unités.

L'obtention du résultat par concaténation de la base et de la partie restante n'est lui-même plus qu'une opération formelle d'écriture.

Nous avons ici décomposé l'addition mentale de nombres de plusieurs chiffres, en plusieurs opérations élémentaires.

Si cette découpe est effectivement appliquée par l'élève, on peut encore s'interroger sur les poids relatifs qu'on peut donner à ces différentes opérations, car elles n'ont pas nécessairement toutes la même difficulté.

On peut pondérer la difficulté des opérations élémentaires que nous avons tirées du modèle d'addition en classant celles-ci par ordre croissant de difficulté et en disant qu'il est sûrement plus difficile de tenir compte des reports à effectuer que de faire le décompte par des retraits successifs de 1, et cette deuxième opération est plus difficile que d'effectuer l'addition mentale de deux chiffres par exemple par itération sur l'ajout de 1.

Un enseignement plus général que nous pouvons tirer des exemples vus plus haut est que la difficulté de la tâche peut être dégagée à partir du niveau de difficulté de chacune des opérations élémentaires qu'elle fait intervenir.

Une autre idée importante est que si on se place dans des contextes différents, on se rend compte qu'il y plusieurs types de difficultés et plusieurs manières de calculer des difficultés globales.

Ces considérations nous amènent à formuler certaines caractéristiques ou possibilités que devrait offrir notre système.

Une première caractéristique serait d'offrir des systèmes d'évaluation différents et des possibilités de tenir compte de ces différents systèmes.

Par exemple, le système contiendrait au départ un certain nombre de types de difficultés ainsi que des sytèmes d'évaluation simples et pratiques à mettre en oeuvre.

Une deuxième serait de donner à l'auteur du didacticiel, au professeur qui désire le modifier dans le cadre de son utilisation et de son approche personnelle, des possibilités de créer lui-même ses propres systèmes d'évaluation. Il faudrait pour cela lui fournir des outils grâce auxquels il pourra arriver à introduire de nouveaux systèmes d'évaluation.

4.2. Le cas de la dérivation

La tâche dont il faut pouvoir calculer le niveau de difficulté est un exercice de dérivation dont la résolution est une démarche basée sur l'application de règles. Cet exercice est représenté par une expression à dériver.

On peut redéfinir dès maintenant plus généralement la portée de notre analyse du niveau de difficulté comme celui représenté par un chemin à effectuer à partir d'une étape de la résolution, c'est à dire une expression partiellement dérivée qui se trouve sur le chemin menant à la solution finale de l'exercice et dans laquelle il reste encore quelque chose à dériver.

Les mêmes systèmes d'évaluation de difficulté représentée par un chemin peuvent être utilisés pour caractériser deux types de chemins : le chemin que l'élève va avoir à parcourir en s'y prenant comme il commence et le chemin que le système choisirait par rapport à la meilleur démarche de résolution.

Nous pouvons débuter notre étude du cas de la dérivation par une démarche similaire.

4.2.1. Analyse de la démarche de dérivation par décomposition en

opérations élémentaires

La difficulté de la démarche de dérivation dépendra de la difficulté des règles à appliquer au cours de cette démarche. Au niveau de la démarche, ce sont les règles qui sont vues comme étant les opérations plus élémentaires à mettre en oeuvre. Aussi, nous pouvons commencer par analyser le niveau de difficulté de l'application d'une règle.

4.2.2 La difficulté que représente l'application d'une règle

Cette analyse fera l'objet d'un premier point où on tentera de découvrir comment on peut formaliser la difficulté appellée " intrinsèque" que représente l'application d'une règle. Cette difficulté dite "intrinsèque", est en fait dépendante du contexte dans lequel on se trouve, de la façon dont on a appris les notions que les règles mettent en oeuvre. On doit plutôt voir cette difficulté comme un niveau objectif des difficultés relatives des règles dans le contexte d'apprentissage où on se situe.

Mais la difficulté d'une démarche dépend aussi de l'ensemble de règles mobilisables par l'élève qui se trouve confronté à l'exercice proposé. C'est à dire, d'une part que suivant les règles dont on dispose, la démarche peut être plus ou moins simple. De nombreux exemples ont été mentionnés dans la partie qui analysait la matière à enseigner. On peut évoquer ici par exemple que si on connaît une règle particulière qui permet de dériver directement (3 * x), en donnant la réponse 3, l'application de cette règle rendra la démarche plus facile que si on devait appliquer la règle générale de dérivation d'un produit en effectuant $(3 * x)' = 3' * x + 3 * x' = 0 * x + 3 * 1 = 3$. De la sorte, si la règle directe vient s'ajouter à l'ensemble qui est à la disposition de l'élève, en ce sens que l'on sait qu'il l'a apprise, c'est de cette règle qu'il faut tenir compte pour calculer la difficulté de l'exercice.

D' autre part, les règles sont mobilisables à la condition qu'on les maîtrise bien. Cela signifie que la difficulté de l'application d'une règle pourra être variable suivant que l'élève est censé connaître bien ou mal cette règle.

Cette influence de la difficulté que la règle représente pour l'élève en question, en fonction de son niveau de connaissance, fera l'objet d'un deuxième point où on parlera de la difficulté estimée de la règle pour l'élève.

On se souviendra néanmoins que la connaissance de la règle peut être vue à plusieurs niveaux. A un premier niveau plus lexical, l'élève connaît la phrase qui exprime la règle. A un deuxième niveau, l'élève met la règle en rapport avec le problème qu'elle permet de résoudre. A un troisième niveau, l'élève doit savoir mettre la règle en oeuvre en la découpant en plusieurs morceaux, en reconnaissant les éléments à instancier et en appliquant la règle sans erreur.

4.2.3. La difficulté " intrinsèque" de la règle

On peut considérer que certaines règles sont plus complexes que d'autres suivant qu'elles requièrent l'exécution d'une combinaison plus complexe d'opérations élémentaires nécessaires à leur application. Par exemple, il est sans doute plus facile de dériver la somme de deux expressions que le produit de deux expressions, la première règle consistant en une distribution linéaire du signe de dérivation, la seconde exigeant une gymnastique un peu plus élaborée: sommation des produits où l'une et l'autre expression doivent être dérivée respectivement dans un des produits puis dans l'autre. Dans la règle de la dérivation d'un quotient, le risque de se tromper dans le choix de l'expression sur laquelle il faut effectuer certaines opérations est encore plus présent.

On peut laisser la liberté au professeur de fixer quel sera le niveau de difficulté de l'application d'une règle. Il associerait aux différentes règles des poids relatifs qu'il estimerait représentatifs des difficultés relatives de leur application.

Cependant, il y a fort à parier que son estimation se basera sur un modèle plus ou moins inconscient similaire à celui que nous allons tenter de décrire dans la suite.

4.2.4. Evaluation de la difficulté de l'application d'une règle

On peut décrire un modèle d'évaluation de la difficulté de l'application d'une règle où celle-ci serait définie en fonction de deux composantes : d'une part, l'application de la règle peut être décomposée en un certain nombre d'opérations élémentaires, d'autre part elle fera appel à un mécanisme d'instanciation.

a) Les opérations élémentaires

L' opération élémentaire effectuée dans la règle de la dérivation d'une somme est simplement la somme des dérivées des fonctions qui constituent les opérandes de la somme. Par contre, dans la règle de la dérivation d'un produit, il y a une opération de sommation et deux produits à effectuer.

Si on peut trouver une base de calcul du niveau de difficulté de chacune de ces opérations élémentaires, on pourra en déduire que le niveau de difficulté de l'application d'une règle serait égal à la somme des difficultés des opérations élémentaires constituant la règle.

Chaque opération à effectuer pourrait être affectée d'un poids spécifique. La somme des poids de difficulté des opérations entrant dans l'application de la règle serait l'évaluation de la difficulté de la règle elle-même.

Mais, comme il n'y a apparemment pas de raison de considérer que le fait d'écrire une somme sur des expressions formelles pose plus de difficulté que l'écriture d'un produit, chacune de ces opérations élémentaires au niveau de l'application de la règle pourrait être associée à un même niveau de difficulté qui peut alors être ramené à un, comme on l'a fait dans l'exemple vu plus haut de l'addition mentale.

Selon ce modèle, la difficulté d'une règle serait égale au nombre d'opérations élémentaires que l'application de cette règle exige.

Ainsi, on affecterait à la règle de la dérivation d'une somme, le niveau de difficulté 1; à la règle de la dérivation d'un produit, le niveau 3, puisque 3 opérations doivent être effectuées. La règle de la dérivation d'un quotient demande une sommation, deux produits, une division et une élévation à la puissance deux, d'où son niveau de difficulté qui serait 5.

Mais quand on envisage la règle de la dérivation de la composition de fonctions, on se rend mieux compte que l'application de cette règle n'est plus simplement composée d'opérations arithmétiques élémentaires comme la somme et le produit. Une autre composante donne à cette règle une certaine complexité, c'est le mécanisme d'instanciation.

b) <u>L'instanciation</u>

Dans la règle de la dérivation de la composition de fonctions, il faut toujours bien être conscient de ce par rapport à quoi il faut dériver. Il faut être capable d'utiliser une règle par rapport à une variable quelconque, autre que "x" et cette variable peut elle-même être une expression complexe.

Dans cette optique, si on doit utiliser les dérivées dites immédiates, portant sur des fonctions typiques (par exemple, les fonctions trigonométriques) , dans la règle de la dérivation de la composition de fonctions en instanciant la variable habituelle à la valeur de l'expression par rapport à laquelle il faut dériver, on comptabilisera cette instanciation comme une opération à laquelle est associée un certain niveau de difficulté. Par exemple, si on sait que [sin (x)] ' = cos (x), on en déduit que [sin (y)] ' = cos (y), et c'est cette déduction qui est comptabilisée dans la difficulté. Pour appliquer la règle de la dérivation de la composition de fonctions sur sin (g (x)) , on effectue [sin (g (x))] ' = [sin (y)] ' * (y) ' où y = g (x) , ce qui nous permet d'écrire [sin (g (x))] ' = cos (y) * (y) ' = cos (g (x)) * (g (x)) '.

On peut par exemple décréter que le fait d'écrire que l'on va dériver par rapport à une variable qui a une forme plus complexe que la variable de dérivation habituelle est en fait l'application d'une opération d'instanciation qui a elle aussi un certain poids, soit 3. La règle de dérivation de la composition de fonctions aurait alors le niveau de difficulté 3 + le poids de l'opérateur " * " = 4.

On pourrait aussi considérer que la règle portant sur une fonction particulière est une règle de dérivation et que chaque variable par rapport à laquelle il faudra dériver nécessitera une instanciation de la règle. On aura plutôt appris que [sin (varde)] ' = cos (varde). Que "varde", mis pour "variable de dérivation", soit "x" ou n'importe quelle expression, la règle est la même à une instanciation près.

De ce point de vue, chaque application de la règle de dérivation portant sur une fonction particulière serait comptabilisée. Dans le cas de la règle de la dérivation de la composition de fonctions, l'application de la règle de dérivation de la fonction particulière serait une des opérations élémentaires et elle serait comptabilisée par exemple au même poids que l'on comptabilisait une instanciation puisqu'on peut considérer que la règle est connue par coeur et qu'il faut seulement l'instancier lors de son utilisation. La règle de dérivation de la composition de fonctions aurait le niveau de difficulté 3 (pour une instanciation) + le poids de l'opérateurs " * " = 4.

4.2.5. La difficulté que représente la règle pour l'élève:

Cette difficulté est directement liée au degré de connaissance que l'élève a de la règle. Cette estimation de la difficulté que représente la règle pour l'élève est en fait une fonction inverse de la connaisance que l'élève aura de la règle. Moins la connaissance que l'élève a d'une règle est bonne plus la difficulté représentée par la règle sera importante. Par contre, si l'élève maîtrise bien la règle,sa mise en oeuvre sera d'autant plus facile pour lui.

Le poids de difficulté de la règle pour l'élève pourrait donc évoluer au fur et à mesure de son apprentissage en fonction de l'idée que le professeur se fait de sa connaissance des règles, c'est à dire qu'il serait ajusté dynamiquement en fonction des réactions de l'élève. Le poids d'une règle pourrait diminuer quand l'élève démontre qu'il devient capable de l'utiliser et augmenter quand le système percevrait un manque de maîtrise de la règle chez l'élève. Le professeur définirait le sens ainsi que l'ampleur des variations que les réactions de l'élève provoqueraient au niveau du poids des règles.

Une manière de procéder serait de prendre comme base pour la fixation de ce degré de difficulté estimée pour l'élève, le degré de difficulté intrinsèque de la règle, et de le majorer en le multipliant par un chiffre plus grand que 1, d'un certain poids qui représenterait la difficulté venant du fait que l'élève ne connaît pas encore bien la règle.

A mesure que sa connaissance de la règle évoluerait, on pourrait modifier le poids de difficulté estimée de la règle. Quand će poids se rapprocherait de celui de la difficulté intrinsèque de la règle jusqu'à lui être égal, cela signifierait que l'on considére que la règle est bien connue par l'élève et que la difficulté qu'il éprouve face à cette règle, par rapport au type de difficulté et de connaissance correspondante qui sont envisagés, n'est pas plus grande que la difficulté qu'elle est censée représenter objectivement.

On pourrait permettre au professeur de manipuler un concept qui représenterait le degré de connaissance que le professeur imagine que l'élève a d'une règle. Ce concept est étudié plus en détail dans la partie traitant de la connaissance de l'élève.

La difficulté que représente la règle pour l'élève et le degré de connaissance que l'élève a de la règle sont des valeurs qui évoluent en sens inverse.

On pourrait dès lors définir le degré de connaissance d'une règle par un nombre compris entre 0 et 1. On connaîtrait alors à tout moment le degré de difficulté estimée de la règle pour l'élève en le calculant de la manière suivante.

Soit le degré de difficulté intrinsèque de la règle, "d". Le degré de difficulté estimée serait plus élevé et égal à [d / (le degré de connaissance de la règle)].

De la sorte, si le degré de connaissance vaut 1, le degré de difficulté estimée serait égal au degré de difficulté intrinsèque. S'il vaut 0, le degré de difficulté estimée ou éprouvée par l'élève face à cette règle serait infini, ce qui correspondrait bien à une connaissance nulle.

Ces différents degrés de difficultés pourront alors être comparés en vue d'orienter certaines décisions au niveau des stratégies pédagogiques.

Nous reviendrons plus en détails sur la façon dont le professeur va se faire l'idée qu'il a de la connaissance de l'élève et sur la recherche des outils qui lui permettront de dicter au système comment percevoir le degré de connaissance qu'on peut accorder à l'élève ainsi que son évolution, pour pouvoir en tenir compte dans le choix des attitudes qu'il devra adopter pendant la leçon.

Auparavant, nous allons poursuivre notre analyse en tentant de déterminer, comment on peut calculer le niveau de difficulté global d'un exercice, à partir de l'analyse que nous venons d'effectuer de la difficulté des règles de dérivation qu'il sera nécessaire de mettre en oeuvre pour le résoudre.

4.3 Evaluation de la complexité de la démarche

Une expression contenant plusieurs opérateurs nécessitera l'application de plusieurs règles de dérivation.

On a vu comment on pouvait associer à l'application d'une règle un certain poids suivant qu'elle est plus ou moins difficile à appliquer. Si par exemple, l'expression à dériver est une somme (f+ g) ' , l'application de la règle de la dérivation d'une somme donnera l'expression suivante : f ' + g '. Pour calculer le poids global, il faudra tenir compte du fait que les fonctions f et g sont aussi des "sous-expressions" qui doivent être dérivées dont il faut encore calculer le niveau de difficulté afin de le faire intervenir dans la difficulté globale.

Le professeur peut associer un poids à une règle en fonction des deux critères : la difficulté intrinsèque de la règle et la difficulté estimée de la règle pour l'élève.

Quel que soit le type de poids que l'on prend en compte dans le calcul du niveau de difficulté global de la démarche de résolution d'un exercice, on peut imaginer deux points de vue :

4.3.1. Poids de l'ensemble de la démarche comme la quantité de choses à connaître pour résoudre l'exercice

Dans le premier point de vue, le poids de l'ensemble de la démarche est vu comme la quantité de choses à connaître pour faire le parcours entre l'expression à dériver et l'expression dérivée.

Le fait qu'une règle doive être appliquée plusieurs fois dans la résolution d'un exercice n'apporte pas plus de difficulté que si elle ne devait être utilisée qu'une seule fois, la difficulté totale représentée par un exercice pourrait être obtenue en effectuant la somme des poids de chaque règle distincte devant être connue par l'élève pour arriver à résoudre l'exercice. On peut calculer cette somme à partir de la difficulté intrinsèque ou estimée de la règle.

Par exemple, si l'on calcule les niveaux de difficulté de l'application des règles de la manière qu'on a décrite plus haut, l'exercice suivant aura un niveau de difficulté de 3 (règle de la dérivation du produit) + 5 (règle de la dérivation de la composition de fonctions) + 4 (règle de la dérivation d'une puissance) = 12. Le niveau de difficulté de la puissance étant calculé comme la difficulté des 4 opérations constituant l'application de la règle : [(f (x)) ^ n] ' = [(f (x)) ^ (n-1)] * f ' (x), c'est à dire, multiplication par l'exposant, soustraction de 1 à l'exposant, mise à la puissance de la fonction à l'exposant moins un, multiplication par la dérivée de la fonction.

```
[cos (2*x) * sin (3*x^2)]'                                    (1)
= [cos (2*x)]'*sin (3*x^2)  +  cos (2*x)*[ sin (3*x^2) ]'     (2)
= [-sin (2*x)*( 2*x )' ] *sin (3*x^2)  +
                cos (2*x)*[ cos (3*x^2) * (3*x^2)']           (3)
```

A l'étape (1), il fallait savoir dériver le produit et la composée de deux fonctions. Pour passer à l'étape (2), il a fallu appliquer la règle du produit. De (2), à (3), il a fallu appliquer la règle de la composée de deux fonctions. De (3) à la fin, il faudra encore appliquer la règle du produit.

Selon ce point de vue, on peut considérer qu'à partir de ce moment, la règle du produit ne représente plus de difficulté. Dans ce cas, on définira le calcul de la difficulté du chemin restant à parcourir, comme ne prenant plus en compte les règles qui ont été bien appliquées au moins une fois. Le niveau de difficulté du chemin restant à parcourir à chaque étape pourrait d'un seul coup tomber à zéro, ce qui correspondrait à une attitude du professeur qui estimerait que l'élève a bien compris et que ce n'est pas la peine d'aller plus loin puisque le restant est de difficulté nulle.

On pourrait aussi dire qu'il subsiste toujours une certaine difficulté ou tout au moins une possibilité d'erreur. Mais, si la règle a été bien utilisée entre (1) et (2), et qu'on sait que l'élève connaît bien la règle, si des erreurs se produisent encore on pourra les attribuer à des fautes de distraction, mais on pourra aussi s'interroger sur l'estimation qu'on avait de la connaissance de la règle par l'élève.

Cet étonnement pourrait être pris en compte dans des modifications apportées à une grandeur qui représenterait le degré de confiance que le professeur a dans l'estimation qu'il a faite de la connaissance de l'élève. Après un certain moment, par exemple, la résolution de plusieurs exercices par l'élève, on peut envisager de réajuster les estimations du professeur de la connaissance de l'élève. Suivant que le degré de confiance serait faible ou élevé, on déciderait de remettre en question ou non cette estimation.

Le mode de définition du calcul de la difficulté du chemin restant à parcourir pourrait alors être modifié comme ne prenant plus en compte à partir d'une étape, les règles qui ont été bien appliquées au moins “n” fois avant cette étape.

Enfin, on peut aussi définir le calcul de la difficulté du chemin restant à parcourir comme prenant en compte une seule occurence de chaque règle distincte encore à appliquer. De cette façon, le niveau de difficulté du chemin restant à parcourir à chaque étape serait non-croissant et pourrait rester égal pendant un moment jusqu'à ce qu'une règle qui était d'application dans le début de la résolution ne le soit pour la suite de la résolution.

Ces considérations montrent bien qu'il n'est pas satisfaisant de se limiter à un type d'évaluation d'un type de difficulté représenté par un exercice.

On peut aussi introduire un autre point de vue où le nombre de fois qu'il faudra appliquer les règles est important.

4.3.2. Poids de l'ensemble de la démarche comme la quantité de travail nécessaire pour résoudre l'exercice

Ici, le poids de l'ensemble de la démarche serait défini comme la quantité de travail nécessaire pour faire le parcours entre l'expression à dériver et l'expression dérivée.

Dans ce cas, le calcul de la difficulté totale d'un exercice devrait tenir compte de chaque occurence de l'application des règles. A chaque étape de la résolution, la difficulté qui resterait à surmonter diminuerait proportionnellement au nombre de règles appliquées depuis l'étape précédente. Chaque étape serait vue comme un exercice représentant une certaine difficulté et après chaque nouvelle étape, on pourrait réévaluer la difficulté restante.

Cette façon de voir les choses, permet, mieux que dans le premier point de vue adopté, de voir comment on pourrait, grâce au calcul de la difficulté restant à surmonter à partir de l'étape où on se trouve, rythmer d'une certaine manière la résolution d'un exercice.

La difficulté restant à surmonter donnerait une idée de l'état d'avancement dans la démarche. On aurait la possibilité de manipuler cette notion de distance à parcourir sur un chemin de résolution et on pourrait de ce fait avoir un certain contrôle sur les "sauts" effectués par l'élève dans la somme de difficultés franchies.

La difficulté globale de l'exercice pourrait être définie comme une "distance à parcourir" pour résoudre l'exercice du début à la fin. A chaque étape correcte de la résolution, on constate que la distance jusqu'à la fin de l'exercice diminue quand on se place dans le contexte d'une comptabilisation de chaque occurence des règles, et n'augmente pas dans le contexte d'une comptabilisation d'une seule occurence des règles .

On peut aussi généraliser cette notion en disant que la distance entre deux étapes quelconques du raisonnement serait définie comme la somme des difficultés qu'il faut franchir pour passer d'une étape à une autre par l'application d'un certain nombre de règles de dérivation.

Si cette distance est évaluée en fonction des degrés de difficulté estimée des règles, à chaque étape, on pourrait évaluer le chemin parcouru en terme de difficulté des règles appliquées. Comme cette évaluation se réfère à des règles dont la difficulté peut être modifiée en fonction de l'idée que l'on se fait de la connaissance de l'élève, elle serait elle-même modifiée en fonction de cette idée. Si les attitudes que le système doit adopter sont définies par rapport à ces valeurs, elles seront elles aussi adaptées à l'évolution de la connaissance de l'élève.

Seulement, il faut être très prudent dans la réévaluation dynamique de la notion de difficulté à surmonter pour résoudre l'exercice. Il est sans doute dangereux de tenir compte de l'évolution de la connaissance en cours de résolution.

Ici encore, l'idée de permettre au professeur de manipuler une grandeur représentant le degré de confiance qu'il a dans l'estimation qu'il a faite de la connaissance de l'élève serait intéressante pour orienter la décision du système de réajuster les estimations de la connaissance de l'élève d'une manière plus adaptée.

Ces phénomènes seront discutés plus en détail dans la partie traitant de l'évaluation et des ajustements du degré de connaissance de l'élève. Ici, nous nous intéressons plus particulièrement à un moyen de caractériser la difficulté globale d'un exercice.

4.3.3 Différents types de difficulté

Comme on l'a déjà fait à propos des exemples d'addition, on remarque encore une fois qu'il y a plusieurs manières de calculer des difficultés globales. En fait, des deux façons de calculer un niveau de difficulté global pour un exercice que nous venons de développer, aucune n'est satisfaisante séparément.

L'élève peut être confronté à un exercice court mais complexe, dans lequel il y a peu de règles à appliquer, mais où ces règles sont complexes. Pour un élève qui comprend bien les règles et la démarche, l'exercice est évidemment moins difficile que pour un élève qui comprend mal.

On peut comparer à ce cas celui où les mêmes élèves se trouvent confrontés à un exercice long, mais pas difficile, c'est à dire qu'il faut appliquer plusieurs fois les mêmes règles et que ces règles sont simples.Le temps nécessaire pour faire le parcours sera plus long, les possibilités d'erreur seront plus importantes pour un élève distrait. Même s'il comprend bien les règles complexes, s'il a un problème d'attention, l'élève aura à chaque règle la même chance de se tromper, tandis que pour un élève attentif, s'il a bien compris la règle, l'appliquer plusieurs fois n'est pas plus difficile que si la règle n'apparaissait qu'une seule fois. Autrement dit, un exercice long, mais ne mettant en oeuvre que des règles simples peut apparaître plus difficile pour un élève distrait que pour un élève attentif, même si ce dernier comprend moins bien que l'autre, car il ne risque pas de se tromper aussi souvent.

Ceci correspond au fait qu'en réalité il y a plusieurs types de difficulté associés à un exercice et que ces difficultés de types différents sont plus ou moins importantes suivant que l'élève a ou non généralement de bonnes aptitudes à les surmonter.

Dans notre première approche d'une évaluation du niveau de difficulté globale représentée par un exercice, on a traité la difficulté de la connaissance des règles à mettre en oeuvre au cours de la résolution de l'exercice.

Dans notre deuxième approche, l'accent a plutôt été mis sur la difficulté qu'il y a à bien appliquer rigoureusement une règle autant de fois qu'il est nécessaire sans se tromper.

Dans ce contexte, on perçoit bien qu'à ce type de difficulté est associé un type d'erreur, surtout les erreurs de distraction, et une certaine aptitude de l'élève à effectuer rigoureusement un travail plus répétitif.

4.3.4. D'autres types de difficulté

On peut encore imaginer d'autres types de difficultés ou le calcul de la difficulté globale n'est pas vu comme une somme des difficultés d'opérations élémentaires.

Par exemple, une évaluation différente de la notion de difficulté globale d'un exercice pourrait être celle représentée par l'opération ayant le maximum de difficulté.

Un autre type de difficulté serait dû à la surface de connaissance qu'il est nécessaire de mettre en oeuvre pour résoudre un exercice ce qui nécessite de la part de l'élève une bonne compréhension générale de la matière.

Une première estimation de cette difficulté pourrait être représentée par le nombre de règles différentes à appliquer dans l'exercice. Cette estimation devrait encore être complétée de considérations ayant trait aux rapports des règles entre elles au niveau de leurs difficultés relatives et surtout de la distance qui les sépare, pour tenir compte de la différence de difficulté qu'il y a à mettre en oeuvre des connaissances qui sont éloignées ou qui sont proches. Ce type de difficulté ne peut pas être calculé par des schémas additifs du type de ceux que nous avons développés.

On peut sans doute trouver encore d'autres types de difficulté.

De plus, pour un type de difficulté, on peut encore considérer qu'il y ait plusieurs manières de calculer des difficultés globales par rapport aux poids des opérations élémentaires.

Ces types de difficulté sont différents en ce sens qu'ils mettent en oeuvre des mécanismes différents. A chaque règle ou opération élémentaire qui pourraient être pris en compte dans les différents systèmes d'évaluation, devrait être associé un certain niveau de difficulté correspondant à chacun des mécanismes en rapport avec les types de difficulté.

Par exemple, il se peut qu'une même règle soit facile à appliquer mais difficile à mémoriser. Ceci implique qu'on lui donnerait un poids différent suivant qu'elle interviendrait dans le calcul de la difficulté représentant la quantité de choses à connaître ou celle représentant la quantité de travail à effectuer pour parcourir un certain chemin dans la résolution.

4.4. Les aptitudes de l'élève à surmonter des difficultés de nature différente

Pour tenir compte de la diversité des types de difficulté en rapport avec les aptitudes de l'élève à les surmonter , on pourrait aussi faire correspondre, à chaque type de difficulté, un niveau d'aptitude de l'élève à surmonter ce type de difficulté. Ceci nous permettrait d'associer à toute opération élémentaire, un niveau de difficulté de chaque type particulier pour un élève particulier.

A partir de ces systèmes différents d'évaluation, on peut rechercher un moyen de les combiner pour arriver à une évaluation globalisée de la notion de difficulté représentée par un exercice pour un élève.

4.5. Combinaison des difficultés

On veut arriver à combiner ces différentes difficultés, en tenant compte de l'importance relative qu'elles ont pour l'élève en fonction de ses aptitudes, pour arriver à une grandeur qui détermine la difficulté de chaque étape.

Les comptabiliser d'une des manières que nous avons développées plus haut conduit en quelque sorte à gommer une dimension du problème.

Une façon de garder les différents aspects de la difficulté serait de la caractériser par un vecteur dont chaque composante serait un nombre qui donnerait une idée d'un des différents types de difficulté envisagés.

Un autre vecteur caractériserait les aptitudes de l'élève correspondant à chaque type de difficulté selon qu'il a ou non une bonne capacité à les appréhender.

En calculant la grandeur qui globaliserait le niveau de difficulté d'une étape de la résolution, au moyen d'un produit scalaire des deux vecteurs, on arriverait à tenir compte des différents aspects évoqués.

On a jusqu'ici développé deux types de difficulté pouvant apparaître dans la résolution d'un exercice de dérivation. Nous allons montrer comment on peut calculer ce niveau de difficulté global d'une étape de la résolution à partir de ces deux types de difficulté.

En premier lieu, on a parlé du fait que l'exercice demandait de mettre en oeuvre telle ou telle règle qu'il fallait connaître pour pouvoir l'utiliser pendant la résolution. Cette difficulté peut être calculée en comptabilisant la difficulté de chaque règle qui apparaîtra au moins une fois dans la résolution de l'exercice. L'aptitude de l'élève correspondant à cette difficulté serait sa capacité de compréhension des règles.

Le choix des valeurs revêt ici une importance tant en matière d'échelles qui donneront aux différentes grandeurs des importances relatives dans un même vecteur, qu'au niveau des impacts que les valeurs correspondantes des différents vecteurs auront l'une sur l'autre.

Selon le principe du produit scalaire, il faudrait que la difficulté représentée par la présence des règles soit amoindrie par le fait que l'élève montre généralement une bonne compréhension. Autrement dit, si la difficulté représentée par la présence des règles est un nombre positif, une bonne compréhension sera notée par un chiffre compris dans l'intervalle [0 ; 1] , tandis qu'une mauvaise compréhension sera notée par un chiffre supérieur à 1.

Un deuxième type de difficulté correspondant à une aptitude de l'élève à l'attention serait la difficulté dans laquelle on comptabilise une règle à chaque fois qu'elle devra être mise en oeuvre dans la résolution de l'exercice, puisqu'elle posera à chaque fois la même difficulté à l'élève distrait. Les mêmes remarques sont valables pour les valeurs caractérisant la difficulté et l'attention de l'élève.

4.6. Exemple de calcul de la difficulté globale d'un exercice

Le vecteur d'aptitude de l'élève se présente de la manière suivante : (compréhension; attention).

Par exemple, le vecteur d'aptitude de l'élève contient les valeurs suivantes :
aptitude: (1,1 ; 0,6).

Le vecteur contenant les valeurs correspondant aux différents types de difficulté intrinsèque ou estimée : (quantité de choses à savoir ; quantité de travail).

Si on considère que la difficulté intrinsèque des règles portant sur les différents opérateurs prennent les valeurs suivantes : la règle de dérivation d'une somme a la difficulté 1 ; la règle de dérivation d'un produit a la difficulté 3 ; la règle de dérivation d'une puissance a la difficulté 5 et si on symbolise les règles par l'opérateur sur lequel elles portent, en prenant le calcul de la difficulté correspondant à la quantité de choses à savoir comme la somme des difficultés des règles restant encore à appliquer à partir de l'étape en cours jusqu'à la fin de l'exercice, on obtient pour l'exemple choisi, les valeurs suivantes :

	règle à appliquer jusqu'à la fin	difficulté restant à surmonter
[x^2*(x+1)+2*x]'	+, *, ^, +, *	(9 ; 13)
=(x^2*(x+1))'+(2*x)'	*, ^, +, *	(9 ; 12)
=(x^2)'*(x+1)+ x^2*(x+1)')+(2*x)'	^, +, *	(9 ; 9)
=(2*x)* (x+1)+ x^2*(1+0)+0*x +2*1	néant	(0 ; 0)

=2*x*(x+1)+x^2 +2	néant	(0;0)

Le vecteur des difficultés contiendra les valeurs suivantes :
difficulté : (9, 13)

La difficulté globale sera le produit scalaire des vecteurs d'aptitude et de difficulté :
1,1 * 9 + 0,6 * 13 = 17,7.

On pourrait ramener cette grandeur à une échelle similaire à celle utilisée pour le calcul d'une composante du vecteur des difficultés, en divisant par exemple cette grandeur par le nombre de composantes du vecteur pour obtenir comme difficulté globale 17,7 / 2 = 8,85.

CHAPITRE 5 : LA CONNAISSANCE DE L'ELEVE

Dans l'analyse de la manière dont on pourrait formaliser le niveau de difficulté d'un exercice, nous sommes parvenus à la conclusion qu'il y avait plusieurs types de difficultés.

Nous avons décrit dans le texte certains algorithmes permettant de calculer le niveau de difficulté correspondant à un type de difficulté.

On a aussi décrit pour une règle, à partir d'un degré de connaissance estimée par le professeur et d'un degré de difficulté intrinsèque ou objective de la règle, la manière de calculer un degré de difficulté éprouvée par l'élève face à cette règle.

Pour chaque règle, on peut donc associer, pour chaque type de difficulté,un degré de diffficulté intrinsèque, un degré de difficulté estimée ou éprouvée et un degré de connaissance de l'élève par rapport à ce type de difficulté.

On peut maintenant tenter d'analyser à partir de quoi on va estimer le degré de connaissance d'un élève en relation avec un type de difficulté.

5.1. Problème d'évaluation de la connaissance de l'élève

Il faut être très modeste dans la justesse de l'évaluation qu'on peut prétendre pouvoir faire de la connaissance de l'élève.

Le professeur peut généralement s'en faire une idée assez proche de la réalité. Mais parfois cette évaluation n'est que très imprécise et il est difficile de déterminer dans quelle mesure elle correspond à la réalité.

Il convient d'être encore plus prudent quand on veut tenter de formaliser la manière dont on peut réaliser une certaine estimation du degré de connaissance de l'élève.

Il faut aussi être conscient de l'aspect réducteur qu'aurait une telle estimation caractérisée par un nombre.

5.2. Degré de connaissance de l'élève

Un degré de connaissance pourrait être associé à chacune des règles de dérivation. Certaines variations de ce degré de connaissance pourraient être introduites comme conséquences de certains comportements de l'élève qui tendraient à établir que sa connaissance des règles évolue.

On peut imaginer certains types d'informations que le système pourra capter dans son dialogue avec l'élève et qui seraient pris en compte pour estimer ou ajuster le degré de connaissance de l'élève,

Les informations sur la base desquelles le professeur demandera au système d'estimer et d'ajuster cette idée du degré de connaissance de l'élève peuvent être définies en terme de résultats obtenus à des tests, de questions posées à l'élève et surtout, elles pourront être obtenues par l'analyse des réponses que l'élève donnera à chaque étape de la résolution d'un exercice.

Dans sa description de la stratégie d'apprentissage, l'auteur du didacticiel pourra indiquer au système les attitudes qu'il devra adopter en fonction de ce degré de connaissance de l'élève qui pourra être représenté par une certaine valeur numérique.

Un autre volet de l'analyse est l'étude de la manière dont on pourrait estimer les aptitudes de l'élève à surmonter chaque type de difficulté.

5.3. Estimation des aptitudes de l'élève

L'ordinateur étant un outil qui permettrait de fournir un enseignement individualisé, il serait intéressant qu'il ait la capacité de fournir une pédagogie adaptée aux élèves.

Cela pourrait être réalisé par l'intermédiaire d'une estimation que le professeur pourrait avoir des différentes aptitudes de l'élève en rapport avec les différents types de diffficulté qui caractérisent la démarche de résolution.

Les outils qui pourraient être offerts au professeur pour l'aider à décrire la manière dont le système devra effectuer cette estimation et à lui indiquer dans quels cas il conviendra de réajuster l'idée qu'il se fait de ces aptitudes de l'élève, dépendraient très fort d'une analyse du suivi et de l'historique de l'apprentissage de l'élève.

Cette étude sort du cadre de ce travail, mais ce serait en effet en fonction d'éléments d'informations captés sur plus d'une leçon d'exercices que le professeur pourrait mieux ajuster l'idée qu'il se fait des aptitudes de l'élève.

5.4. Estimation du degré de connaissance de l'élève

L'estimation du degré de connaissance de l'élève résulterait du diagnostic du système qui distinguera si les réponses données par l'élève à ces questions sont satisfaisantes.

Selon le niveau de connaissance auquel on se place, on peut définir différents moyens d'obtenir des informations au sujet de la connaissance de l'élève.

Premièrement, l'élève peut montrer sa connaissance de la règle en donnant la phrase qui exprime la règle. Le langage de communication dans lequel cette phrase sera écrite peut être la notation mathématique qui n'est pas ambigüe. L'utilisation de conventions générales de présentation rendrait une détection aisée des erreurs possibles. De plus, une analyse plus profonde du sens de cette phrase peut être effectuée par le système. S'il possèdait un modèle de la matière enseignée, on pourrait imaginer qu'il puisse aussi interpréter les règles à ce niveau afin de traiter assez finement les cas d'erreur correspondant par exemple à des confusions entre les règles.

En deuxième lieu, l'élève doit pouvoir appliquer la règle rigoureusement comme une opération atomique à effectuer sur une expression. Il devra montrer sa capacité de mettre en oeuvre la combinaison d'opérations élémentaires qui constitue l'application de cette règle.

La troisième compétence que l'on peut tester isolément est sa capacité de choisir la règle à appliquer. Quand il se trouve confronté à une situation donnée, l'élève doit pouvoir dire quelle règle il va devoir appliquer. Selon le point de vue adopté, on peut considèrer que le choix de la règle est mécanique et qu'un seul choix est possible parmi un ensemble minimal de règles ou bien qu'on demande à l'élève de pouvoir trouver la démarche la plus simple pour la suite de la résolution, en choisissant quand c'est possible, une règle faisant partie d'un ensemble non minimal de règles. Ces deux niveaux dans la capacité de choisir la règle peuvent d'ailleurs être traités de façon différente dans leur influence sur l'ajustement du degré de connaissance de l'élève.

Enfin, l' application de la démarche dans un exercice constitue le noeud du problème qui nous intéresse ici. Comme pour les trois autres niveaux de connaissance évoqués plus haut, la détection d'une erreur au vu de la réponse donnée par l'élève sera généralement possible. L'analyse de cette réponse permettra de découvrir les éléments corrects et incorrects que la réponse de l'élève peut comporter.

Une fois que l'erreur a été détectée, il est facile de la corriger en donnant la bonne réponse à l'élève ou en lui demandant de corriger lui-même.

Mais la localisation de l'erreur commise par l'élève demande une analyse très fouillée de la réponse. Celle-ci peut aboutir à une mauvaise interprétation de l'endroit où se situe la partie erronée de l'expression donnée en réponse par l'élève.

En effet, il se peut que l'élève ait fait des regroupements, des simplifications ou qu'il ait changé l'ordre d'écriture dans l'expression. Par exemple, il fallait dériver : (sous-expression-1) + (sous-expression-2), ce qui donne (sous-expression-1) ' + (sous-expression-2) ' , et l'élève écrit : sous-expression-dérivée-2 + sous-expression-dérivée-1 . Supposons que le sous-expression-dérivée-2 soit faux mais corresponde à ce qu'aurait donné sous-expression-1 correctement dérivé, comme il l'est en deuxième position dans sous-expression-dérivée-1. Le système détectera une erreur, mais il l'attribuera à une erreur dans la dérivation de sous-expression-2 qui se trouve selon lui à droite.

Cela introduit la difficulté qui se présenterait si on se plaçait à un niveau encore plus raffiné et beaucoup plus complexe d'intervention du système et qui serait de tenter d'expliquer l'erreur.

Si dans l'exemple donné, le système essaie de savoir comment l'erreur s'est produite, à la suite de l'application de quelle règle par exemple, un dialogue de sourd va s'installer. Il faudra à un moment que le système s'en rende compte, afin de tenter de se mettre d'accord, par exemple en reprenant depuis l'étape précédente et en demandant à l'élève d'expliciter sa démarche plus en détail.

Ceci n'est pas non plus toujours évident, car si les deux expressions en question se ressemblaient suffisamment, et si la même règle devait être appliquée pour dériver chacune d'entre elles, le système pourrait continuer à communiquer de fausses informations à l'élève. Dans ce cas, on ne pourrait même pas tenir compte du signe de mauvaise interprétation de la part du système ou d'erreur de la part de l'élève donné par le fait que l'élève ne donne pas une règle non applicable pour expliquer comment il a obtenu le morceau d'expression.

Une manière d'éviter ces erreurs d'interprétation, et surtout d'éviter de persister dans les traitements consécutifs à une mauvaise interprétation, serait de demander à l'élève d'établir la correspondance entre le morceau d'expression qui pose problème et celui, dans l'expression précédente, d'où il est censé provenir.

Mais même si la localisation de l'erreur ne posait pas de problème et ne risquait pas de provoquer le genre de situation que nous venons de décrire, la détermination de la provenance de l'erreur n'est pas chose facile. L'idéal serait de pouvoir dire à quoi l'erreur est due et expliquer pourquoi elle s'est produite pour ensuite apprendre à ne plus la commettre.

Tant qu'on s'en tient à un niveau bien défini de test de connaissance, la définition du type d'erreur est encore possible.

Quand l'élève se trompe en donnant la règle, on peut considérer qu'il ne l'a pas bien mémorisée.

Si l'élève fait des erreurs en l'appliquant de façon atomique, c'est qu'il n'a pas bien établi le lien entre l'expression de la règle et les opérations symboliques qu'il doit effectuer pour l'appliquer. Ou bien il peut s'être trompé dans ces opérations par distraction, oubli, confusion, malgré qu'il comprenne bien ce qu'il doit faire.

Si l'élève ne sait pas dire quelle règle il doit appliquer dans une situation précise, l'élève ne connait pas bien les règles de choix des règles de dérivation à appliquer, c'est à dire qu'il n'identifie, ne distingue pas bien les différentes situations dans lesquelles les règles de dérivation sont applicables.

Dans le cas de l'application des règles dans le cadre de la démarche de résolution d'un exercice, l'erreur peut provenir d'une erreur à l'un ou l'autre des trois premiers niveaux de connaissance, ou être une combinaison de ces types d'erreurs.

Il n'est pas facile de reconstituer la démarche fautive de l'élève. Généralement, le professeur se fie pour cela à son expérience et à son instinct.

Cependant, dans le but d'arriver à une certaine formalisation de cette analyse, on peut imaginer deux modèles d'interprétation des erreurs et de leur provenance. Ces modèles sont certainement utilisés de manière combinée et plus ou moins consciente par le professeur quand il analyse une réponse de l'élève.

Le premier support à cette recherche des causes de l'erreur serait un certain modèle des erreurs courantes qui peuvent être reconnues quand elles se présentent. On sait que les élèves font souvent tel type d'erreur ou de confusion et quand on se trouve confronté à une situation similaire, il peut le reconnaître. Avec l'expérience, ce modèle s' enrichit ce qui aide à interpréter de nouveaux cas d'erreur.

Une erreur courante est, par exemple, de confondre la règle de dérivation du produit ou du quotient avec la règle de dérivation de la somme. L'élève applique (f * g) '= f ' * g ', au lieu de f 'g + f g ' ou, pour la règle du quotient, (f / g) ' = f ' / g ' au lieu de (f ' * g + f * g ') / g ^ 2.

Une deuxième manière d'analyser la façon dont le professeur effectue le raisonnement qui lui permet de découvrir la provenance de l'erreur est de considérer qu'il a à sa disposition un ensemble de règles correctes qui peuvent être confondues entre elles, ainsi que d'autres règles qui ne font peut-être pas partie directement du contexte. A partir de ces éléments, et en analysant la réponse qui lui est proposée, il peut lui-même imaginer ou dégager les confusions possibles. Le professeur peut imaginer comment l'élève a pu en venir à créer de toutes pièces une règle erronée par confusion avec une autre règle venant du même contexte ou par analogie de formalisme avec certaines règles venant d'un autre contexte.

On est par exemple habitué de voir certaines opérations comme distributives, comme dans des règles portant sur des manipulations arithmétiques mettant en oeuvre des puissances peuvent par leur similitude de forme influencer la perception qu'a l'élève des règles de dérivation.

Si on regarde la règle qui à (a * b) ^ 2 associe a ^ 2 * b ^ 2 , et qu'on y assimile la règle permettant de dériver (f * g) , on peut se dire que (f * g) ' = f ' * g ' .

Mais dans ce cas, il est plus probable que l'erreur vienne d'un autre type de confusion entre des règles appartenant au même ensemble. On peut en arriver à assimiler la règle de dérivation de la somme avec celle du produit. Cette confusion s'explique facilement si on se dit que pour la règle de la dérivation d'un produit on peut faire comme pour celle de la dérivation d'une somme où il suffit de distribuer le signe de dérivation sur les fonctions faisant partie de la somme.

On doit cependant être prudent en ce qui concerne un diagnostic au niveau de la provenance des erreurs. En effet, certains problèmes peuvent se poser dans la tentative de découvrir les causes de l'erreur.

Par exemple, si l'élève écrit pour dériver une expression du type $f * g$ que $(f * g)' = f' * g - f * g'$, on peut se dire qu'il a fait une erreur de distraction au niveau du signe, mais on pourrait aussi, bien que ce cas soit moins probable pour un élève, interpréter cette erreur comme provenant d'une confusion entre la règle de la dérivation du produit et le numérateur qui apparaît dans la règle de la dérivation du quotient.

5.5 Possibilités offertes par une interprétation au niveau de la base de connaissance

5.5.1. Modèle avec believe implanté

La détection des cas d'erreur de l'élève venant de l'application d'une règle incorrecte, mais qu'il croit juste, car il la confond avec une autre règle faisant partie de la même matière ou avec d'autres schémas plus généraux tels que la distributivité d'une opération, est un aspect qui commence à être traité par certains systèmes de l'approche ICAI (Intelligent Computer Aided Instruction).

Ces systèmes travaillent sur base d'un ensemble de fausses règles que l'on a introduites afin qu'ils puissent reconnaître les fausses applications de règles que l'élève croit juste, d'où le nom de "believe", pour caractériser cet ensemble de règles erronées.

La détection d'un cas de confusion peut se faire en testant ce que donne l'application des règles correctes applicables. Si on ne reconnaît pas la réponse de l'élève, on essaie d'appliquer les fausses règles contenues dans le système. Si l'une de ces règles fonctionne pour arriver au même résultat que celui que l'élève a donné, c'est qu'il aura sans doute appliqué cette fausse règle, et on peut donc le lui demander.

On peut imaginer une autre approche pour prendre en charge ce type de détection.

L'inconvénient d'un système avec believe est qu'il faut introduire tout cet ensemble de règles et qu'on peut en oublier.

5.5.2. Modèle de détection de believe

Notre deuxième modèle serait un mécanisme de détection d'une confusion de l'élève.

On peut imaginer que quand le système rencontrerait une erreur commise par l'élève, il lui demanderait quelle règle il a voulu appliquer.

A partir de cette fausse règle, en rendant variables et en effectuant des instanciations de tous ses éléments, il pourrait alors générer toutes les possibilités de règles, obtenues par remplacement des opérateurs dans cette règle fausse, et les comparer avec les règles correctes.

Quand il détecte une équivalence, il peut demander à l'élève s'il ne confondait pas avec cette autre règle. Il a donc trouvé d'où venait la confusion. C'est un cas de confusion qu'il peut stocker dans sa base de believe.

Par exemple, le système détecte une erreur et l'élève lui dit qu'il a appliqué la règle $(f * g)' = f' * g'$. En prenant le $f' * g'$ et en testant toutes les instanciations de l'opérateur, on tombe sur l'opérateur "+" et on reconnaît la règle de la somme. On peut donc demander à l'élève s'il n'a pas confondu la règle du produit avec celle de l'addition.

5.5.3. Modèle de génération de believe

Par la même méthode, un autre modèle est envisageable, qui génèrerait automatiquement un ensemble de règles erronées comprenant toutes les possibilités de règles venant de ce mécanisme d'instanciation.

Mais ce modèle est plus lourd que le deuxième qui suit l'élève, attend qu'il fasse une erreur et essaie de la comprendre.

5.6. Traitement d'une erreur de l'élève

La façon de traiter les erreurs dépendra de certains choix pédagogiques que l'enseignant devra effectuer. Ces choix peuvent aussi être conditionnés, dans la description des stratégies pédagogiques, à l'idée que l'on se fait de la connaissance de l'élève.

Par exemple, si on estime que sa connaissance est bonne, on pourra être plus rapide dans le traitement d'une erreur en lui indiquant tout de suite où est l'erreur.

Mais on peut imaginer qu'on demande à un élève dont le niveau de connaissance est faible d'essayer de localiser lui-même les erreurs, de l'aider dans la découverte des causes possibles de l'erreur, ou qu'on désire revenir assez loin en arrière dans la démarche afin de reconstituer avec lui le chemin qu'il aurait dû suivre.

L'analyse des causes de l'erreur en fonction des modèles que l'on a décrits plus haut peut être prise en compte dans la révision de l'idée que l'on se fait de la connaissance de l'erreur en ébranlant un certain degré de certitude que le professeur a dans son estimation.

S'il peut manipuler une grandeur qui représenterait ce degré de certitude qu'il a dans l'estimation qu'il fait de la connaissance de l'élève, le professeur aura un outil qui lui permettra de gérer, depuis la description des stratégies pédagogiques, dans quelles mesures les erreurs de l'élève doivent être prises en compte pour remettre en question ce degré de certitude,et indirectement, quand, par l'intermédiaire de ce degré de certitude, elles pourront influencer les modifications des estimations de la connaissance de l'élève.

5.7. Evaluation et ajustement du degré de connaissance de l'élève

Nous avons déjà mentionné le fait qu'une grande prudence était nécessaire dans la réévaluation dynamique de la notion de difficulté à surmonter pour résoudre l'exercice et qu'il valait mieux ne pas tenter de prendre en compte l'évolution de la connaissance en cours de résolution.

En effet, des modifications trop fréquentes ou trop importantes, dès la détection de certains éléments tendant à prouver que la connaissance de l'élève devient meilleure ou moins bonne qu'on l'avait cru, provoqueraient une grande instabilité de comportement de la part du système qui adopte des attitudes en fonction d'une certaine valeur de la difficulté à surmonter par l'élève. Si d'un seul coup, l'exercice apparaît comme beaucoup plus facile, par la modification brutale de la difficulté des règles, les attitudes définies par rapport à cette difficulté pourraient par conséquent aussi changer brutalement.

Il vaut de toutes façons mieux être assuré que la connaissance de l'élève s'est réellement modifiée. Par exemple, si l'élève a bien appliqué une règle une fois, elle ne doit pas nécessairement être vue comme ne représentant plus de difficulté, car la chance a pu lui être favorable une fois. Ce n'est qu'après deux ou trois bonnes applications qu'on pourra conclure que la règle ne pose plus de réel problème. Le mieux serait d'effectuer une sorte de bilan en fin d'exercice et d'adapter les niveaux de connaissance ou de difficulté estimée des règles pour l'exercice suivant. Le cas où une modification brutale se justifie est celui où l'élève comprend soudainement un élément qu'il ne maîtrisait pas. Il se peut dans ce cas qu'une fois qu'il a compris, l'élément en question ne posera plus jamais de problème.

Il est en tout cas important d'avoir un comportement circonstancié dans le cas d'une modification positive ou négative du niveau de connaissance. Ces deux phénomènes ne peuvent pas être traités de la même manière. L'élève peut comprendre brutalement un élément, mais il peut aussi s'améliorer progressivement par la pratique. Il peut être distrait et dans ce cas, une bonne ou mauvaise application de règle sera aléatoire et ne dénotera pas d'amélioration ou de détérioration de la connaissance. L'élève peut aussi avoir oublié et se rappeler la règle après avoir commis une seule faute. Dans ce sens, les attitudes décrites dans les stratégies pédagogiques pourraient être très raffinées si elles pouvaient l'être en fonction d'un historique de l'apprentissage de l'élève.

CHAPITRE 6 : SAUT DANS L'AVANCEMENT DE LA DEMARCHE

6.1. Notion de saut

Dans la partie traitant de la formalisation du niveau de difficulté d'un exercice, on a vu que la difficulté restant à surmonter pouvait donner une idée de l'état d'avancement dans la démarche. La notion de distance restant à parcourir sur un chemin de résolution, ou plus généralement de distance entre deux étapes quelconques du raisonnement serait définie comme la somme des difficultés qu'il faut franchir pour passer d'une étape à une autre par l'application d'un certain nombre de règles de dérivation.

Une idée qui semble intéressante serait de permettre au professeur d'avoir un certain contrôle sur les "sauts" effectués par l'élève dans la somme de difficultés franchies en une seule étape.

Cela pourrait être réalisé en donnant la possibilité à l'auteur du didacticiel de manipuler une grandeur qui serait exprimée comme une distance calculée par la somme de de difficultés qui sépare deux étapes de la résolution.Cette grandeur serait définie comme le saut maximum autorisé à l'élève et il serait fixé par le professeur.

Le saut maximum autorisé à l'élève représenterait la quantité de difficultés que l'on estime pouvoir être franchie par l'élève en une seule fois sans encombre ; c'est la somme de difficultés que l'on croit que l'élève est capable de maîtriser, de surmonter en une seule étape.

A chaque étape, le système pourrait, par l'analyse de la réponse, tenter de déterminer quel est le saut franchi par l'élève depuis l'étape précédente. Comme il peut y avoir plusieurs chemins pour passer d'une étape à l'autre , la seule manière de connaître réellement le saut effectué par l'élève serait de lui demander de donner pas à pas toutes les règles qu'il a appliquées depuis l'étape précedente.

C'est de la comparaison des valeurs qu'auraient le saut supposé effectué par l'élève et le saut maximum autorisé à l'élève que pourraient découler certains traitements spécifiques.

6.2. Utilisation de la notion de saut

En fixant la valeur du saut maximum autorisé, et en décrivant dans la stratégie d'apprentissage quel traitement effectuer si l'élève dépasse ce saut maximum, le professeur aurait la possibilité d'empêcher l'élève de brûler les étapes.

Le saut effectué serait accepté tant que la difficulté représentée par le chemin estimé franchi par l'élève n'est pas plus grande qu'un certain saut maximum autorisé.

Comme il y a plusieurs types de difficulté, il peut y avoir plusieurs types de saut correspondant à chacun des types de difficultés franchies.

6.3. Influence d'une modification du poids des règles sur la valeur du saut

Le poids des règles pourrait évoluer dynamiquement en fonction de la connaissance dont fait montre l'élève : s'il se trompe, le poids augmente, ou le degré de connaissance diminue ; s'il se débrouille bien, le poids diminue ou le degré de connaissance augmente.

La distance, calculée par rapport aux niveaux de difficulté estimée des règles, qui franchie entre deux étapes du raisonnement, augmenterait ou diminuerait dans le même sens que le poids des règles.

Si le poids des règles diminue, quand on comparera le saut supposé effectué avec le saut maximum autorisé, le saut supposé effectué apparaîtra relativement plus petit qu'il ne l'aurait été avant cette modification du poids des règles. On acceptera donc que l'élève parcoure un plus grand chemin en une seule fois. Ceci correspond à un ajustement à la baisse du poids des règles. L'attitude adoptée ici est donc de dire que si les règles sont estimées représenter moins de difficulté pour l'élève, il est normal qu'il puisse "brûler des étapes".

Il faut rappeler ici les considérations qui ont été faites dans la partie traitant de l'évaluation de la connaissance de l'élève au sujet de la prudence avec laquelle il fallait traiter les ajustements des estimations du niveau de connaissance de l'élève.

6.4. Chemin parcouru par l'élève entre deux étapes du raisonnement

Pendant la résolution d'un exercice, l'élève est autorisé à franchir un certain saut maximum dans la somme de difficultés de l'expression en donnant comme réponse une nouvelle expression qui résultera de l'application de certaines règles de dérivation sur l'expression précédente. Cette nouvelle expression, dans la mesure où elle constitue une étape correcte du chemin qui mène à la solution, sera la nouvelle expression à dériver, c'est à dire que des parties de cette expression restent encore à dériver. Il serait trop fastidieux pour l'élève d'introduire chaque étape de calcul. Le système ne disposerait donc pas de tous les éléments du raisonnement, de toutes les étapes de la résolution. Par exemple, il ne connaît pas la succession des différentes règles appliquées par l'élève sur ce chemin.

A partir du point de départ et du point d'arrivée, le système devra interpréter le chemin suivi par l'élève, essayer de découvrir a posteriori ce qui est le plus probable afin de pouvoir fournir un dialogue adapté à la validité de la réponse par rapport à l'idée qu'on se fait de la connaissance de l'élève.

Quand il n'y a pas de raison de douter de la validité des réponses, on peut simplifier les dialogues et permettre à l'élève de franchir de grandes distances. Quand la réponse paraît étonnante par rapport à l'idée que l'on se fait de la connaissance de l'élève, le système devra avoir un comportement adapté.

On peut analyser ces dialogues de la manière suivante.

Si **la réponse est correcte**, l'analyse du saut réellement effectué et sa comparaison avec le saut maximum autorisé débouchera sur plusieurs cas possibles :

- quand le saut maximum autorisé est petit relativement au poids des règles, c'est à dire qu'on veut modérer l'élève, l'empêcher de brûler les étapes, surveiller de près sa démarche, s'il effectue un trop grand saut, on lui demandera d'expliciter davantage sa démarche.

Pour qu'il ne doive pas systématiquement tout expliciter, on le lui demandera quand il y aura un doute, c'est à dire que la réponse, bien que juste, peut paraître étonnante par rapport à l'idée que l'on se fait de la connaissance de l'élève.

S'il montre dans l'explicitation des étapes intermédiaires une bonne connaissance des règles, on pourrait envisager d'en tenir compte dans la réévaluation des degrés de connaissance et de difficulté qu'on avait associés aux règles.

- quand l'élève fait un grand saut et qu'il connait bien, il n'y a pas de raison de l'en empêcher.

Pour une même valeur absolue de saut maximum autorisé, si la difficulté des règles a diminué, l'élève pourra appliquer un plus grand nombre de règles en une seule fois

- quand l'élève semble bien connaître la matière, mais qu'il effectue néammoins des petits sauts, il peut être intéressant de le lui faire remarquer, de le stimuler pour qu'il essaie d'appréhender en une seule fois des étapes plus complexes.

Cette attitude viserait à lui faire prendre conscience qu'il peut améliorer ses performances.

Si **la réponse est incorrecte**, le système peut tenter de reconstituer la démarche qui a été effectuée par l'élève.

Le risque de se tromper dans l'interprétation du chemin parcouru par l'élève sera important. Le calcul du saut franchi par l'élève n'aura lui-même plus beaucoup de sens puisqu'il ne pourrait être effectué en fonction de fausses règles.

La mauvaise interprétation de la part du système peut être due à une mauvaise localisation de l'erreur ou encore à une confusion quant à la règle dont la mauvaise application a provoqué l'erreur.

Le système devra tenter de retrouver une situation claire,de rétablir ou d'établir la correspondance entre le chemin que l'élève a suivi et celui que le système avait interprété comme le chemin suivi par l'élève.

Un dialogue peut s'installer au sujet de ce que l'élève avait l'intention de faire à l'étape précedente, par exemple en lui demandant quelle règle il a voulu appliquer, sur quelle partie de l'expression et en donnant les instanciations qu'il avait effectuées dans la règle.

Si le système n'arrive pas à retrouver une situation stable et à interpréter convenablement le chemin suivi par l'élève, il peut lui demander de repartir de l'étape précédente et suivre l'élève pas à pas ou bien il peut décider de positionner provisoirement le saut maximum autorisé à une valeur inférieure jusqu'à ce que l'étape actuelle soit franchie ou jusqu'à ce que l'élève soit relancé sur le bon chemin.

6.5. Modification de la valeur du saut maximum autorisé

On pourrait vouloir modifier ce saut dynamiquement pendant le traitement d'un exercice, , ce qui modifierait la pédagogie du système si celle-ci est définie en fonction de ce saut, en permettant à l'élève de faire des sauts plus grands à partir du moment où il a montré une connaissance suffisante des règles.

Seulement, il faudrait peut être faire attention à ne pas tenir compte une deuxième fois de cette évolution de la connaissance pour ne pas arriver à un changement brutal de comportement de la part du système.

Ce type de modification est d'ailleurs envisagé dans l'autre sens quand il s'agira de rechercher une erreur.

CHAPITRE 7 : LANGAGE DE DESCRIPTION DES STRATEGIES PEDAGOGIQUES

7.1. Introduction

Nous avons déja insisté sur le fait qu'un moyen de description des stratégies pédagogiques bien adapté était nécessaire pour donner au professeur la possibilité de modifier profondément le didacticiel, au delà de la fixation de certains paramètres, certains seuils, qui influencent le comportement du système sans remettre fondamentalement en question son comportement.

Pour laisser, tant à l'auteur du didacticiel qu'au professeur qui l'utiliserait, une grande liberté de présenter les choses à sa façon, d'utiliser ses propres stratégies d'enseignement, il apparaît essentiel de lui fournir un langage grâce auquel il pourrait décrire les comportements que le système devrait adopter.

Par rapport à cet objectif, nous allons tenter de concrétiser les éléments que nous avons découverts au cours des premières parties de ce travail.

Nous avons dû mettre en lumière certains concepts qui étaient très flous et nous avons proposé des formalisations et des procédures d'évaluation de ces concepts toujours selon le point de vue de rendre possible leur traitement informatique.

Un premier pas vers cet objectif sera de définir un langage de description adapté au type de description étudié. La définition de ce langage pourra s'appuyer sur les concepts établis et sur différentes caractéristiques dont certaines ont été esquissées dans la partie présentant la problématique générale.

7.2. Caractéristiques du langage de description

7.2.1. Langage synthétique

Ce langage devrait pouvoir permettre une description synthétique des comportements à adopter par le système.

Pour qu'une telle description soit rendue possible, il faut que l'auteur puisse, pour décrire des types de comportement, et des types de situations qui leur correspondraient, s'appuyer sur des éléments d'information lui permettant de les caractériser d'une manière générale. Ainsi un type de comportement pourra être défini comme valable dans tous les cas similaires entrant dans un type de situation.

Ces éléments seraient utilisés dans la description indépendamment de la valeur qu'ils prendraient lors de l'exécution.

Il faudrait pouvoir utiliser des variables désignant tant des caractéristiques de l'exercice que des réponses de l'élève. C'est en fonction d'informations telles que la difficulté de l'exercice, les règles à connaître pour le résoudre et d'autres éléments d'informations provenant des interventions de l'élève et de l'analyse de ses réponses que les dialogues évolueraient au cours de la leçon.

On voit donc la nécessité de pouvoir manipuler deux sortes de variables.

Certaines seraient des variables assignées permettant par exemple d'introduire des compteurs, de donner au départ des évaluations, par exemple au niveau de l'estimation que fait le professeur du degré de connaissance de l'élève.

D'autres seraient des variables instanciées par le système au cours du déroulement de la leçon. Par exemple, à la suite de l'analyse d'une réponse de l'élève, le système peut faire une estimation du saut supposé effectué par l'élève entre l'étape courante et l'étape précédente.

7.2.2. Langage reposant sur des concepts propres au problème analysé

Les principaux concepts qui pourront être manipulés dans le langage comme des éléments de communication avec le système, des variables qui seraient calculées ou instanciées par le système, feraient partie des termes du langage.

Par exemple, à un moment de la résolution d'un exercice, il faut apliquer une certaine règle de dérivation. Le système doit être capable de trouver quelle est la règle à appliquer et cette variable serait instanciée à ce moment de la résolution. Ainsi l'auteur pourrait utiliser cette variable dans la description des différentes situations du dialogue, comme si elle était un terme du langage, indépendamment de la valeur précise qu'elle prendrait lors de l'exécution.

Ceci introduit la nécessité pour le système de pouvoir interpréter la réponse de l'élève.

7.2.3. Capacité d'interprétation du système

Le système doit pouvoir fournir, sans que l'auteur doive décrire la façon de les obtenir, ces éléments d'une certaine complexité dont certains font partie des concepts que nous avons dû mettre en évidence dans notre étude préalable à la création du langage de description des stratégies pédagogiques.

Ceci implique qu'il ait la capacité d' analyser de manière assez élaborée les réponses de l'élève.

Pour qu'il soit possible de modifier les règles constituant la connaissance relative au didacticiel, par exemple en ajoutant des règles nouvelles qui facilitent certaines démarches, il faut aussi que le système ait la capacité d'interpréter les règles.

7.2.4.Dispositif fourni

En outre, le didacticiel devrait offrir un certain nombre de comportements décrits dans le langage. Il serait possible, dans le cadre d'une description plus vaste, de les réutiliser, de les mettre en oeuvre de façon différente. L'auteur disposerait ainsi d'une librairie de comportements qu'il lui serait loisible d'appeler sous la forme de routines toutes faites définissant les réactions du système dans certaines situations.

Décrire des stratégies pédagogiques reviendrait alors à introduire des raffinements ou à réécrire des règles de comportement du système en vue de créer des didacticiels différents à partir du même dispositif de concepts et d'outils permettant de les mettre en oeuvre.

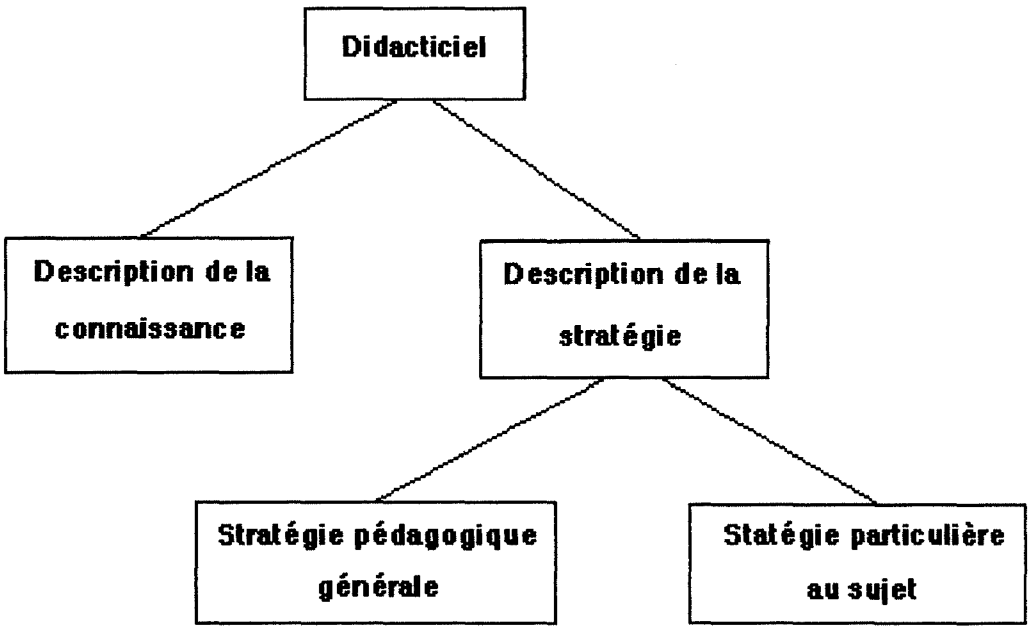
Pour mieux visualiser les rapports entre les différentes composantes d'une description, nous les avons représentées dans le schéma 4.

D'abord, il y a la description d'un didacticiel dans le langage de description. On peut décomposer cette description en deux blocs.

Le premier sera la description des règles constituant la matière à enseigner. Cet ensemble de règles incluant des règles faisant partie d'une description minimale de la matière et celles qui complètent cet ensemble pour en faire une description non minimale. Il est fort probable qu'à partir d'un certain moment et dans un contexte donné d'apprentissage, cet ensemble de règles évolue vers un état assez stable.

Le deuxième sera la description de la stratégie pédagogique qui peut lui même être découpé en deux parties.

Schéma 7.4 : Composantes de la description synthétique d'un didacticiel



D'un côté, il y aura des règles de stratégie pédagogique générale qui seront appelées à être souvent modifiées. Ce seront des types de comportement qui ne seraient pas dépendants de la connaissance.

D'un autre côté, il y aurait des règles de stratégie particulières au sujet. Elle pourraient faire explicitement appel à des éléments de la connaissance, par exemple, en désignant une règle faisant partie de la connaissance. Si on apporte des modifications à la connaissance, ces règles devront aussi être modifiées.

Nous percevons ici qu'à partir de notre étude au sujet d'un didacticiel d'aide à l'enseignement de la dérivation, nous pouvons envisager qu'il soit possible de généraliser notre approche et d'utiliser en grande partie, dans une perspective plus large, les concepts mis en évidence dans le cadre de la dérivation.

7.3. Forme du langage de description

Dans le but de créer un langage souple et efficace, nous avons d'un côté dû mettre en évidence les concepts qu'il devrait pouvoir manipuler, ainsi que des façons de leur donner des valeurs, pour qu'elles soient d'une part représentatives de ces concepts et d'autre part calculables par le système .

Cette recherche complexe ayant occupé la majeure partie de notre temps, il nous restait à tenter de concrétiser ses résultats dans un langage qui serait bien adapté d'un point de vue syntaxique et sémantique.

Faute de temps, nous n'avons pu qu'ébaucher certains aspects, relever certains problèmes sans pouvoir les résoudre rigoureusement. Beaucoup d'éléments restant encore trop peu précis au niveau de leur concrétisation ou de l'étude des mécanismes qui devraient pouvoir les gérer, nous ne présenterons que certains d'entre eux en étant conscient qu'il ne constituent pas un aboutissement.

7.4. Types d'éléments manipulés

7.4.1. Variables

7.4.1.1. Distinction selon la façon dont elles prennent leurs valeurs

On a déjà introduit le fait que deux types de variables seraient nécessaires :

- les **variables instanciées** : lors de l'exécution, ces variables prennent des valeurs calculées par le système. Elle seront utilisées dans les descriptions de comportements pour caractériser d'une part des situations, dont le type particulier dépendra des interactions avec l'élève, et pour subir des transformations au niveau des actions effectuées en rapport avec ces situations.

Des exemples typiques seraient :

- l'expression arithmétique faisant l'objet de l'exercice : le comportement du système sera défini indépendamment de la valeur de cette expression, mais en fonction de certaines de ses caractéristiques structurelles, comme par exemple son niveau de difficulté, qui ne seront connues qu'à l'exécution.

- l'estimation du **saut effectué par l'élève**

- les **variables assignées** : ces variables pourront être assignées par le professeur à une valeur afin de prédéfinir certaines grandeurs telles que le **saut-maximum-autorisé à l'élève**.

D'autres utilisations, typiques de ce genre de variables seront la définition de compteurs, destinés à comptabiliser le nombre de fois qu'un certain type d'action est effectuée ou qu'une situation se présente.

Pour pouvoir capter des informations afin de réajuster des estimations telles que le degré de connaissance d'une règle précise, il est utile de pouvoir compter par exemple le nombre de fois qu'elle est bien ou mal appliquée.

Ceci implique qu'il soit possible lors de la description d'un didacticiel, de déclarer des variables.

7.4.1.2. Distinction selon leur type

On peut aussi distinguer plusieurs types de variables :

- **variables de type réel** :

  - l'estimation du **saut effectué par l'élève**

  - l'estimation du **degré de connaissance d'une règle** par rapport à un type de difficulté

- le **degré de difficulté d'une règle** par rapport à un type de difficulté

- le **degré de difficulté** représenté par un exercice par rapport à un type de difficulté

- l'estimation des **aptitudes de l'élève** par rapport à un type de difficulté

- le **degré de difficulté global** représenté par un exercice

- **variable de type entier** : par exemple **vnbre-d'applic-de-la-règle** le nombre de fois que cette règle devra être appliquée au cours de la dérivation de l'expression

- **variables de type expression arithmétique**:

Une expression arithmétique quelconque doit pouvoir être manipulable.
La capacité du système de reconnaître sa syntaxe permettra de gérer finement certains traitements d'erreurs.

Par exemple, en fournissant la possibilité de manipuler des parties d'expressions, de désigner des morceaux erronés, d'avoir un dialogue permettant de demander à l'élève quelles étaient les instanciations qu'il avait effectuées pour appliquer une règle à une expression.

- **variables de type règle**:

Le concept de règle doit être manipulable. Quelle que soit sa représentation interne, on peut en donner deux aspects différents. Une règle serait alors une variable de type composé similaire à un record en langage Pascal, comprenant :

- une élément de type chaîne de caractères pour désigner son nom, c'est à dire lui donner une désignation standard qui lui permettrait de faire partie des éléments de communication entre le système et d'une part l'élève, d'autre part le professeur.

Une désignation simple pour les règles minimales pourrait être le nom ou le symbole de l'opérateur sur lequel elles s'appliquent.

- sa description sous forme symbolique permettant de l'appliquer à une expression arithmétique.

Par exemple, la forme habituelle d'une règle, soit la règle de dérivation du produit :
$(f (x) * g (x))' = f' (x) * g (x) + f (x) * g' (x)$

- **<u>variables de type ensemble d'éléments</u>**:

Ce type de variable apparaît utile quand on imagine qu'on devra pouvoir référencer, par exemple pour le calcul du niveau de difficulté représenté par un exercice, correspondant à la quantité de choses à connaître pour le résoudre, comme la somme des difficultés des règles apparaîssant au moins une fois dans l'exercice, ou pour effectuer des rappels sur les règles à connaître pour résoudre l'exercice.

Des ensembles de règles pourraient donc être assez souvent utilisés.

- **<u>variables de type pile d'éléments</u>**:

Au niveau de la gestion des dialogues concernant les réponses de l'élève, par exemple, l'introduction des différentes étapes de sa démarche de résolution, certains traitements pourraient fortement bénéficier de la possibilité d'empiler des expressions.

Certaines piles pourraient être prédéfinies, comme celle qui contiendrait toutes les étapes de la résolution d'un exercice sous forme des expressions introduites par l'élève.

Ceci permettrait de remonter à un niveau antérieur de résolution quand on estime que l'on a pris un mauvais chemin, c'est à dire qu'il y avait un chemin plus simple pour arriver à la réponse.

Dans le cas de la recherche des erreurs ou des causes d'erreurs, cette possibilité est aussi intéressante.

D'autres piles pourraient être déclarées par le professeur, par exemple, des piles destinées à conserver des valeurs de compteurs d'actions ou de situations et donc leur succession, des règles déjà rappelées, des règles ayant déjà provoqué des erreurs...

7.4.2. Condition ou expression booléenne

Ce type de condition est classique. C'est une expression liant des variables par des opérateurs relationnels. On peut aussi déclarer une variable booléenne pour créer des noms-conditions.

On peut cependant imaginer des opérateurs relationnels qui nous seraient utiles dans les descriptions que nous envisageons afin par exemple de pouvoir déterminer si deux expressions sont équivalentes. Dans le paragraphe suivant, on donne une première idée de ce que serait ce type d'outil.

7.5. Outils proposés par le langage

Pour pouvoir mettre en oeuvre, sur des variables de type particulier, certains traitements spécifiques à notre problème, on peut mettre à la disposition de l'utilisateur un certain nombre d'outils.

Ces outils poursuivraient le but de rendre le langage plus puissant en évitant à l'utilisateur de devoir programmer certaines procédures.

7.5.1. Outil permettant d'opérer une même action sur tous les éléments d'un même ensemble

Indépendamment de la syntaxe qui sera choisie, on peut donner une forme textuelle de ce type d'opération:

- pour chaque élément appartenant à tel ensemble, effectuer telle action.

C'est en fait une itération sur les éléments d'un ensemble semblable en langage Pascal à celle du type "FOR" sur une suite d'entiers.

Un exemple plus précis sera donné plus bas.

7.5.2. Opérations sur les piles

Une fois déclaré le type d'éléments que contiendra la pile, les opérations possibles sont classiques :

- signature du type

  - créer une pile vide : vide -> pile

  - empiler un élément en tête : pile X élém -> pile

  - obtenir la tête de pile : pile -> élém U undefélém

  - laisser tomber la tête de pile : pile -> pile U undefpile

On ne répétera pas la manière de construire des lois de compositions de ces opérations puiqu'elles sont elles aussi connues du lecteur.

7.5.3. Opérations particulières aux expressions arithmétiques

7.5.3.1. Opérateurs relationnels

Une capacité du système, utile par exemple pour la détection des erreurs de l'élève, serait de pouvoir comparer la valeur de deux expressions dans le sens où celles-ci sont équivalentes.

Sans même aller juqu'à la possibilité de pouvoir prendre en compte l'équivalence de deux expressions dont des parties seraient mises sous forme de facteur, ce qui impliquerait la capacité du système d'opérer cette factorisation, l'analyse d'une réalisation possible d'un module analyseur d'équivalence entre des expressions est en elle-même très complexe.

Si cette capacité est réalisable, on pourrait imaginer l'opérateur relationnel "équivalence" entre deux expressions, symbolisé par exemple par <=>.

La détection des erreurs pourrait se faire d'une autre manière, en essayant de reconstituer le chemin de l'élève d'une étape à l'autre, ou en s'aidant de ses indications au sujet des règles qu'il a voulu appliquer entre ces étapes.

Mais cet opérateur n'est pas suffisant par exemple pour déterminer si un exercice est terminé, car une expression correcte par rapport à un chemin de résolution peut ne pas être complètement dérivée, malgré qu'elle soit équivalente aussi bien à l'énoncé qu'à la réponse finale.

7.5.3.2. Opérations portant sur l'analyse d'une expression

Il faudrait donc que le système fournisse d'autres outils capables de donner des caractéristiques de la réponse, par exemple, le fait qu'il n'y a plus d'expression sous le signe de dérivation, ou que les seules dérivées restant à effectuer sont élémentaires, ce qui selon un certain point de vue peut justifier qu'on arrête l'exercice à ce niveau.

Une expression booléenne prendra une valeur en fonction d'un test sur les éléments contenus dans une expression.

Par exemple, l'expression contient encore un opérateur de dérivation.

Ici aussi nous n'avons pu qu'ébaucher certaines idées.

Par exemple, une opération de décomposition qui permet à partir d'une expression, d'obtenir les sous-expressions liées par un opérateur quelconque :

- décomposition (expression) -> expression U opérateur arithm U expression

Une opération qui teste la présence d'un opérateur dans l'expression :

- présence (expression, opérateur) -> booléen

...

Une analyse beaucoup plus poussée des procédures de recherche ou de traitement d'erreur serait nécessaire pour définir rigoureusement un ensemble satisfaisant d'opérations de ce type.

On peut cependant faire un commentaire sur la représentation interne qui pourrait être utilisée pour les expressions.

Une représentation pratique serait un arbre. Les arbres binaires sont plus faciles à gérer, mais ils poseraient des problèmes dans le cas d'analyse mettant en oeuvre des règles vues sous une forme décrite dans la partie concernant la matière à enseigner comme faisant intervenir des opérateurs n-aires. Dans ce cas, pour généraliser l'interprétation d'une règle, il faudrait transposer aussi bien les opérateurs binaires que n-aires, dans des arbres n-aires, ce qui ne poserait plus de problème pour interpréter les règles décrivant la matière, si celles-ci se modifiaient.

7.6. Sémantique du langage

Notre façon de concevoir la description des stratégies d'enseignement que le système devra adoter dans un dialogue à propos d'exercices de dérivation d'expressions, contient deux aspects que l'on peut englober sous les termes suivants : un aspect déclaratif et un aspect procédural.

7.6.1. Description de type procédural

Dans la description des attitudes à adopter par le système, il y aura certains traitements que l'on verra et que l'on aura envie de décrire de manière procédurale.

L'aspect procédural ressort dans le fait qu'on définit une action plus globale en la décomposant en une série d'actions plus élémentaires que le système doit exécuter en séquence, avec parfois pour une certaine action faisant partie de la séquence, des conditions supplémentaires qui découlent des actions précédemment effectuées dans cette séquence.

Nous avons imaginé un exemple de description dans un contexte précis. La stratégie pédagogique qu'elle décrit est peut-être discutable, ou incomplète. Dans ces éléments de description, il n'y a par exemple pas de possibilité pour l'élève d'intervenir de sa propre initiative où de poser des questions au système. Mais le but est seulement au niveau où nous nous trouvons et dans le temps qui nous reste, de tenter d'analyser un peu mieux les possibilités envisageables.

La syntaxe utilisée est similaire à celle du langage Pascal. Comme elle n'est encore qu'incomplète et qu'elle fait références à des éléments bien connus du lecteur, nous ne tenterons pas d'en ébaucher une description. Nous donnerons simplement une liste de description de procédures qui sont destinées à interagir.

Nous donnerons d'abord une spécification en langage naturel pour faciliter la lecture des procédures.

7.6.2. Traitement d'un exercice : spécification

La routine **traiter-exercice** décrit une succession de cycles question-réponse et traitement de la réponse. Les réponses sont des étapes de résolution d'une expression à dériver.

Le test de fin de traitement est du type : réponse donnée est équivalente à une solution finale donnée par le système.

Comme on l'a dit on peut imaginer d'autres tests de fin.
Par exemple, l'expression-courante ne contient plus d'opération de dérivation.

La réaction à la réponse est une description de l'attitude suivante :
- si l'élève répond bien et qu'il fait de grands sauts, tout en étant sûr de sa réponse, on lui permet de faire ces grands sauts en réévaluant la valeur du **saut maximum autorisé**. S'il n'en est pas sûr, on le modère en gardant la même valeur de saut, mais sans lui demander d'expliciter.

- si le saut est vraiment trop grand, on lui demande des étapes intermédiaires.

- s'il se trompe, dans le cas où, l'erreur est simple, c'est à dire que le système est capable de la localiser, on lui montre, sinon on lui demande d'expliciter la réponse avec un saut permis plus petit.

7.6.3. Variables-système instanciées

- **expression-de-départ**, en abrégé " expr-dép", est l'expression arithmétique que l'élève va devoir dériver.

- **expression-solution-finale**, "expr-fin " est une variable instanciée par le système. Sa valeur doit être calculée par le système à l'aide des règles de dérivation qui font partie de sa connaissance.

- **expression-précédente**, "expr-préc" et **expression-courante** "expr-cour ", seront instanciées au fur et à mesure du déroulement de la résolution. Au départ, l'élève se trouve face à une expression à dériver, expr-dép, expr-cour, expr-préc prennent la valeur de cette expression. Quand l'élève introduit une réponse, expr-cour prend la valeur de cette réponse. Les traitements en réaction à la réponse peuvent être décrits en fonction de expr-préc qui est l'expression de l'étape précedente, et de expr-cour qui est l'étape actuelle constituant la nouvelle expression à dériver. Quand l'élève introduira une nouvelle expression en réponse, expr-cour prendra cette nouvelle valeur mais auparavant, la variable expr-préc prendra celle de expr-cour.

- Le **saut-effectué**, " saut-eff" par l'élève sera instancié par le système après chaque réponse de l'élève. Sa valeur est celle de la distance en terme de difficultés franchies entre l'expression-précédente et l'expression-courante.

7.6.4. Variables assignées

- Le **saut-maximum-autorisé**, en abrégé "saut-max-aut", est la distance maximum que l'élève peut franchir en une seule étape.

- **ind** est un booléen.

7.6.5. Spécifications des fonctions d'interfaçage et tests prédéfinis

accepter réponse serait une routine prédéfinie non-modifiable du langage qui remplace la variable système expr-préc par expr-cour et qui permet de solliciter une expression de la part de l'élève pour remplir expr-cour. On pourrait aussi imaginer qu'elle mette elle-même l'expression précedente sur une pile prédefinie qui contiendrait les étapes du chemin parcouru jusqu'à ce moment de la résolution, mais il est possible de le gérer soi-même dans le langage.

afficher serait une routine prédéfinie non-modifiable du langage qui affiche le texte ou la variable en argument

accepter-localisation par une interface d'entrée quelconque, le plus simple étant d'introduire un morceau d'expression par le clavier, le système permet à l'élève de montrer l'endroit où il croit que l'erreur se situe. Le booléen **erreur-localisation** sera le résultat du test effectué part le système sur la localisation de l'erreur par l'élève

montrer-erreur par un moyen visuel quelconque, le système pointe le morceau d'expression qui semble erroné.

accepter-rep-on par une interface d'entrée, le système sollicite une réponse de type oui ou non. Le booléen **on** est positionné à vrai ou faux suivant la réponse oui ou non.

accepter-nom-de-règle sollicite de l'élève le nom d'une règle qui est placé dans la variable système **nom-de-règle-donné**

accepter-expr-de-règle sollicite de l'élève l'expression d'une règle qui est placé dans la variable système **expr-de-règle-donnée**

erreur-simple est une condition permettant simplement de savoir si le système est capable de déterminer où l'élève a fait l'erreur et en appliquant quelle règle. Une définition plus fines des informations sur les causes d'erreurs et leur analyse est conditionnée aux résultats d'une étude plus approfondie d'un module d'analyse et de détection d'erreur.

7.6.6. Fonctions prédéfinies

Le système peut, pour chaque expression, rechercher un ensemble d'informations

nbre-d'applic-de-la-règle (expression) est une fonction qui met pour une expression à dériver et une règle donnée en entrée, dans la variable de type entier **vnbre-d'applic-de-la-règle** le nombre de fois que cette règle devra être appliquée au cours de la dérivation de l'expression.

règles-à-connaître (expression) : par l'analyse de l'expression, la fonction remplit la variable prédéfinie de type ensemble de règles **vrègles-à-connaître**, en y mettant les règles à connaître pour savoir dériver l'expression

règles-à-appliquer (expression) : par l'analyse de l'expression, la fonction remplit la variable prédéfinie de type ensemble de règles **vrègles-à-appliquer**, en y mettant les règles qui sont applicables sur l'expression telle qu'elle est.

7.6.7. Exemple de description de procédures

traiter-exercice (saut-max-aut, expr-dép, expr-fin, expr-préc, expr-cour) **:**

```
si ( fin- traiter-exercice = faux ) ,
faire
    début préparer-réponse ( expr-cour ) ;
          afficher ( "Introduis une réponse : ") ;
          accepter-réponse ;
          si (expression-courante<=>expression-solution-finale),
             faire fin- traiter-exercice :=  vrai
          fin de si ;
          réagir-réponse ( saut-max-aut, expr-dép, expr-fin, expr-préc, expr-cour ) ;
          traiter-exercice ( saut-max-aut, expr-dép, expr-fin, expr-préc, expr-cour ) ;
     fin
 fin de si

réagir-réponse (saut-max-aut, expr-dép, expr-fin, expr-préc, expr-cour) :
 si  (réponse-correcte = vrai ) faire
début
   si (  fin-traiter-exercice= vrai ) faire
   afficher ( "Ok. C'est fini.")
   sinon  faire
       début
       si  ( saut-eff > saut-max-aut * 1,2 ) faire
             début
                afficher ( "Es-tu sûr de ta réponse ? ") ;
                accepter-rep-o-n;
                si ( o-n = vrai)  faire  saut-max-aut := saut-max-aut + 5 ;
                sinon  faire afficher ( " Tu devrais. C'est ok. Mais ne vas pas trop vite
                                                  quand même.") ;
                fin de si
             fin
       fin de si ;
       si ( saut-eff > saut-max-aut * 1,5 ) faire
             début
                afficher ( "Ok, mais explique les étapes, s.v.p.") ;
                laisser-expliciter ( saut-max-aut-à-explic, expr-dép;
                                         expr-fin, expr-préc, expr-préc ) fin
   sinon  faire
   si (réponse-incorrecte = vrai ) faire
```

```
    début
        si ( erreur-simple = vrai ) faire
        début
            laisser-localiser-erreur ( expr-cour ) ;
            laisser-corriger-erreur ( expr-cour ) fin ;
        sinon faire
        début saut-max-aut-à-explic := saut-max-aut / 2 ;
            laisser-expliciter ( saut-max-aut-à-explic, expr-dép
                                            expr-fin, expr-préc, expr-préc ) fin ;
        fin de si
    fin
    fin de si
fin
fin de si

localiser-erreur ( expr-cour ) :
            faire début
                afficher ("Je crois que tu as fait une erreur là.") ;
                montrer-erreur fin ;

laisser-localiser-erreur ( expr-cour ) :
        faire
        début afficher ("Je crois que tu as fait une erreur.Essaye de la trouver.") ;
            accepter-localisation ;
            si ( erreur-localisation = vrai )
                faire localiser-erreur ( expr-cour ) fin de si
        fin

laisser-corriger-erreur ( expr-cour ) :
        faire
        début afficher ("Essaye de corriger tout seul") +
            accepter-réponse ( expr-préc, expr-cour ) +
            réagir-réponse ( saut-max-aut,, expr-dép, expr-fin, expr--cour-correcte,
                                            expr-cour ) fin ;

laisser-expliciter-réponse ( saut-max-aut-à-explic, expr-dép, expr-fin,
                                expr-préc-à-explic, expr-cour-à-explic ):
```

```
si ( fin-laisser-expliciter= faux ) faire
    début préparer-réponse ( expr-cour-à-explic );
          afficher ( "Introduis une réponse : ") ;
          accepter-réponse  ( expr-préc-à-explic,expr-cour-à-explic );
          si ( distance (expr-préc, expr-cour-à-explic ) >= saut-max-aut )
               ou ( expr-cour-à-explic <=> expr-fin ) ),
          faire  fin-laisser-expliciter := vrai ;
          réagir-réponse ( saut-max-aut-à-explic, expr-fin, expr-préc-à-explic,
                                                  expr-cour-à-explic ) ;
          laisser-expliciter-réponse( saut-max-aut-à-explic,
                                  expr-fin, expr-préc-à-explic, expr-cour-à-explic ) ;
fin de si
```

préparer-réponse (expression) : **tester-connaissance-règles** (expression) ;
ou
préparer-réponse (expression) : **rappeler-les-règles** (expression)

Cette procédure est une illustration de l'utilisation de l'outil "pourchaque ... faire" . qu'on peut trouver assez pratique.

```
rappeler-les-règles (expression ) :
faire
début   afficher ( " Voici un rappel des principales règles à appliquer dans l'exercice :") ;
        [vrègles-à-connaître]:= règles-à-connaître (expression )
        pourchaque ( règle , de , [ vrègles-à-connaître ] )
        faire
        début
              si ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle ) < 0,5 ) faire
                 début
                 afficher ( règle.nom-de-règle ) ) ;
                 afficher ( règle.expression-de-règle ) fin
              fin de si
        fin
fin
```

```
tester-connaissance-règles (expression ) :
faire
```

```
début   afficher ( "Quelle règle vas-tu appliquer maintenant ?") ;
        accepter-nom-de-règle  ;
        réagir-rép-nom-de-règle ( expression , nom-règle-donné ) ;
fin

réagir-rép-nom-de-règle ( règle, nom-de-règle-donné ) :
 [vrègles-à-appliquer  ] := règles-à-appliquer  (expression  )
pourchaque ( règle , de ,  [vrègles-à-appliquer ] )
        faire
        début
             si (  nom-de-règle-donné = règle.nom-de-règle ) faire
                    ind:=vrai ;
             fin de si
        fin ;

si  (  ind= vrai ) faire
        afficher ("OK.")  ;
sinon
   faire
   début     afficher ("Ce n'est pas cette règle la qu'il faut appliquer, mais ") ;
             afficher ( règle.nom-de-règle ) ;
             demander-expr-de-règle(  règle  );
   fin
   fin de si

demander-expr-de-règle ( règle ) :
faire
début   afficher (" Peux-tu me donner cette règle ? " ) ;
        accepter-expr-de-règle;
         réagir-rép-expr-de-règle ( règle, expr-de-règle-donnée );
fin ;

réagir-rép-expr-de-règle ( règle, expr-de-règle-donnée ):
faire
début
   si (expr-de-règle-donnéé =  règle.expression-de-règle  )
        faire afficher (" OK.")
```

```
    sinon faire
          début    afficher (" Cela n'est pas correct. La règle est : " ) ;
                   afficher ( règle.expr-de-règle )
          fin
fin
```

On peut tenir compte des résultats de ces tests pour ajuster les niveaux de connaissance des règles en ajoutant aux endroits adéquats :

ajuste (**degré-de-connaissance-de-règle** (règle), 1) ;
ajuste (**degré-de-connaissance-de-règle** (règle), -1) ;

ou en affectant les valeurs :

degré-de-connaissance-de-règle (règle) := **degré-de-connaissance-de-règle** (règle) + 1 ;

degré-de-connaissance-de-règle (règle) := **degré-de-connaissance-de-règle** (règle) - 1 ;

Toutes ces routines sont assez longues, aussi on en donnera une dernière pour donner un exemple de procédure d'évaluation de niveau de difficulté.

Le professeur ayant la possibilité de déclarer des variables et d'utiliser les outils fournis, il pourra décrire ses propres routines d'évaluation.

Jusqu'ici on s'en est tenu au degré de connaissance correspondant à la difficulté intrinsèque des règles, mais si on adjoint une panoplie d'outils plus élaborés, tels que recherche de maximum etc.. les autres types de difficultés pourront être calculés de manière similaire.

7.6.8. Exemple de procédure d'évaluation de niveau de difficulté d'un exercice

difficulté-intrinsèque-expression (expression) :
faire début
[**vrègles-à-connaître**] := **règles-à-connaître** (expression) ;

```
        difficulté-intrinsèque-expression:=0;
        pourchaque ( règle, de, [   vrègles-à-connaître ] ),
        faire difficulté-intrinsèque-expression:=
             difficulté-intrinsèque-expression +
                ( difficulté-intrinsèque-de-règle ( règle )  *
                   nbre-d'applic-de-la-règle (expression , règle ) )  )          ) ;
  fin
```

7.6.9. Commentaires

Les éléments de descriptions montrés dans ce paragraphe sont en fait très similaires à des écritures de procédures en langage de type Pascal. Ce sont les variables et routines prédéfinies, cachant beaucoup de traitement complexes, les types particuliers mais néanmoins possibles à gérer en Pascal, ainsi que les outils proposés pour les utiliser qui donneront à ce langage une certaine puissance.

Un avantage de la description procédurale est qu'on voie bien pour où passent les traitements, tandis que dans un langage déclaratif, il faut par exemple beaucoup réfléchir pour détecter les possibilités de cycles.

C'est pourquoi certains éléments de description nous semblent plus pratiques dans un langage de ce type.

Par contre, dans d'autres cas, les possibilités offertes par une description déclarative fourniraient d'autres avantages.

7.6.10. Description de type déclaratif

Il y a sans doute aussi des types de comportement que l'on aurait envie de décrire de manière déclarative, comme l'explicitation d'un comportement, c'est à dire d'une action ou d'une série d'actions à effectuer dans le cas où une situation particulière se présente qui pourrait être exprimée sous forme de règle.

Si les variables dont on dispose expriment non-seulement les concepts sous-jacents que nous avons dû mettre en évidence, mais aussi beaucoup d'autres éléments utiles dont certains ont été utilisés dans les descriptions vues plus haut, une condition logique sur un ensemble de variables suffit à caractériser une situation.

Par exemple, si la condition C1 caractérise une situation donnée dans laquelle il faut effectuer une certaine action, soit l'action A1, une règle écrite dans le langage devra refléter la signification suivante : quand la condition C1 s'avère vérifiée, il faut effectuer l'action A1.

7.6.11. Exemple de description de type déclaratif

Dans un cadre où le système peut analyser un erreur et déterminer de l'application de quelle règle elle provient en plaçant cette règle dans la variable de type règle **règle-cause-d'erreur**, on va montrer un exemple de description déclarative dans lequel on fera explicitement référence à des éléments de la connaissance.

Les deux premières règles ont our but de compter les erreurs commises par l'élève sur un type de règle.

Les autres règles correspondent aux comportements suivant :

-quand l'élève a fait une erreur en appliquant une règle qu'il connaît bien, on peut supposer que c'était une erreur de distraction et on peut aussi lui montrer tout de suite l'erreur.

- pour un élève qui ne connaît pas bien, on lui indique l'erreur mais on veut qu'il corrige lui-même.

<u>quand</u> (**réponse-incorrecte** = **vrai**) et (**erreur-simple** = **vrai**)et
(règle-cause-d'erreur.nom = produit)
<u>faire</u> compteur-produit := compteur-produit + 1;

<u>quand</u> (**réponse-incorrecte** = **vrai**) et (**erreur-simple** = **vrai**)
(règle-cause-d'erreur.nom = quotient)
<u>faire</u> compteur-produit := compteur-quotient + 1;

...

<u>quand</u> (**réponse-incorrecte** = **vrai**) et (**erreur-simple** = **vrai**) et
(degré-de-connaissance-de-règle (règle-cause-d'erreur) > 0,8) et

<u>faire</u> **afficher** ("C'est étonnant, pourtant tu connais bien cette règle, tu

étais sans doute distrait") ;

```
quand   (réponse-incorrecte = vrai ) et  ( erreur-simple = vrai ) et
        ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle-cause-d'erreur ) > 0,8 )
        faire  début
               afficher ("Il y a une erreur là");
               localiser-erreur ( expr-cour ) fin;

quand (réponse-incorrecte = vrai ) et  ( erreur-simple = vrai ) et
      ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle-cause-d'erreur ) < 0,2 )
        faire  début
               afficher ("Il y a une erreur là");
               localiser-erreur ( expr-cour ) ;
               laisser-corriger-erreur ( expr-cour ) fin;
...
```

Ce type de description permet d'énoncer des types de comportement sans devoir dire dans quel ordre les traiter.

L'analyse des mécanismes qui permettraient d'interpréter de telles descriptions, les ambiguïtés qu'il faudrait pouvoir lever dans des cas où plusieurs conditions sont vraies en même temps sont des problèmes complexes devrant encore être résolus pour qu'une description puisse être donnée par une série règles.

Par exemple, les deux conditions (degré-de-connaissance-de-règle (règle-cause-d'erreur) > 0,8) seront vraies en même temps. Si l'on suppose que les règles seront passées en revue l'une après l'autre, les actions correspondant aux deux règles seront exécutées l'une après l'autre. Des outils de type méta-règle pourraient aider à lever ces ambiguïtés, en permettant par exemple,de désigner les règles de comportement par un numéro de règle, et d'écrire des méta-règles qui donneraient des ordres de priorité aux règles.

Mais puisque les descriptions semblent pouvoir être facilitées par la mise en oeuvre de ces deux types de langages, le problème le plus complexe serait de pouvoir intégrer les deux aspects de description dans un seul langage.

7.6.12. Possibilité d'intégration des deux types de description

On pourrait imaginer de localiser d'une certaine manière des règles, dans un bloc de description.

```
réagir-réponse (saut-max-aut, expr-dép, expr-fin, expr-préc, expr-cour) :
 si (réponse-correcte = vrai ) faire
début
        description d'un ensemble de règles
.....

si (réponse-incorrecte = vrai ) faire
début
    si ( erreur-simple = vrai ) faire
    début
        quand ( règle-cause-d'erreur.nom = produit )
                faire compteur-produit := compteur-produit + 1;

        quand ( règle-cause-d'erreur.nom = quotient )
                faire compteur-produit := compteur-quotient + 1;
        ...

        quand    ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle-cause-d'erreur ) > 0,8 ) et

                faire afficher ( "C'est étonnant, pourtant tu connais bien cette règle, tu
                                                        étais sans doute distrait" ) ;

        quand    ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle-cause-d'erreur ) > 0,8 )
                faire début
                        afficher ("Il y a une erreur là");
                        localiser-erreur ( expr-cour ) fin;

        quand ( degré-de-connaissance-de-règle ( règle-cause-d'erreur ) < 0,2 )
                faire début
                        afficher ("Il y a une erreur là");
                        localiser-erreur ( expr-cour ) ;
                        laisser-corriger-erreur ( expr-cour ) fin;
```

...

Nous n'avons pas eu le loisir d'entamer une analyse des mécanismes susceptibles de gérer un tel langage à la fois procédural et déclaratif.

On pourrait peut-être tenter d'approcher ce problème en faisant une analogie avec le langage Prolog. En effet, la seule remarque que nous ferons ici, sans pouvoir approfondir cette réflexion, est que certains éléments, tels que les routines d'entrée sortie, sont mises sous forme déclarative, alors qu'elles sont en fait des appels à des procédures prédéfinies.

Conclusion

Après avoir présenté et argumenté un type d'approche particulière dans laquelle s'inscrit notre recherche et dont les objectifs généraux sont d'étudier, d'une part, des systèmes où la "connaissance" nécessaire pour résoudre les problèmes posés à l'élève serait maîtrisée par la machine, ce qui lui donnerait la capacité d'aider l'élève à trouver une démarche de résolution, à corriger ses erreurs tout en lui fournissant des explications utiles, et d'autre part, de tendre vers la réalisation d'un système permettant à des enseignants d'intervenir sur la description des didacticiels en ayant la possibilité de les modifier ou d'en créer à partir d'un dispositif de base mis en oeuvre dans un langage de description.

Dans notre contribution à ces objectifs, nous avons tenté de découvrir des concepts propres à un type de matière enseignée consistant en une démarche de résolution d'exercices par application de règles que nous avons approchées par l'intermédiaire de l'étude de la démarche de dérivation tout en proposant, pour différents aspects que nous avons pu dégager des manières de gérer les connaissances, susceptibles d'être prises en charges par des systèmes informatiques.

Pour arriver, à terme à des possibilités de gestion par ordinateur de comportements pédagogiques adaptés, il était nécessaire de modéliser ces concepts et de rechercher certaines façons de calculer des grandeurs qui en seraient plus au moins représentatives selon l'un au l'autre critère.

C'est cette recherche qui a été la plus laborieuse, tant est complexe la mise en lumière de certains concepts qu'il était nécessaire de clarifier et d'étudier de manière approfondie afin d'arriver à une certaine formalisation de ceux-ci.

Enfin, il nous fallait tenter de concrétiser certains de ces éléments dans un langage permettant de décrire des comportements pédagogiques en fonction de caractéristiques propres aux exercices traités et à la connaissance de l'élève.

Nous regrettons de n'avoir pas pu, faute de temps, mener plus loin notre analyse du langage de description, ce qui nous a forcé à adopter un style peu académique pour en décrire certains éléments.

Nous avons néanmoins voulu présenter un état de cette analyse en montrant les caractéristiques de base qui permettraient à ce langage d'avoir une certaine puissance de description et en imaginant un certain nombre d'éléments qui pourraient être gérés et d'outils qui pourraient être fournis à l'utilisateur de ce langage.

A partir de ces éléments, de nombreuses pistes de réflexions sont possibles.

Mentionnons par exemple, l'étude des mécanismes sous-jacents et des problèmes posés par la gestion et l'interprétation d'un langage comportant les deux aspects procédural et déclaratif.

Pour tendre vers un langage qui soit utilisable, cette étude serait parallèle à l'apport de compléments indispensables, par exemple au niveau de l'analyse des erreurs et des possibilités de réalisation des nombreux modules utilisés comme des outils faisant partie d'une description dans ce langage.

Bibliographie

CROSS, M. (1975), *Notions sur les grammaires formelles.*

DEPOVER, Ch. , (1987), *L'ordinateur media d'enseignement. Un cadre conceptuel.*, De Boeck Université, Bruxelles.

FRENOT, P. (1987) , *"Informatique et éducation"*, Le Monde de l'Education, pp. 51-69.

HOUZIAUX, M-O (1986), *Vers l'enseignement assisté par ordinateur.*

MOREAU, R. (1982), *Introduction à la théorie des langages.*

MUCCHIELLI, A. (1987), *L'enseignement par ordinateur,* Que sais-je?,Presses Universitaires de France,Paris.

SUPPES, P. , GROEN, G. , (1967), *Some counting models for first grade performance data on simple addition facts.* In : SCANDURA, J.M. (Ed). Research in Mathematics Education, Washington, NCTM.

, (1980), *IFIP Working conference on Microcomputers in Secondary Education*, TAGG, Sèvres, Paris.

Réalisation, impression et reliures : SPRL Centre de Reprographie - Tél. : 081/22.87.72